

جامعة شعيب الدكالي
كلية العلوم



SUJET DES EXAMEN

Smp5

من الجاهل نالي الجاه

www.facebook.com/succes.club
www.clubnajah.blogspot.com

2^{ème} Edition

2014/2015

Epreuve d'électronique Analogique

(Durée 1h30mn)

Session Normale - Janvier 2012

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIO
LE PRÉSIDENT

Exercice 1 [5pt]:

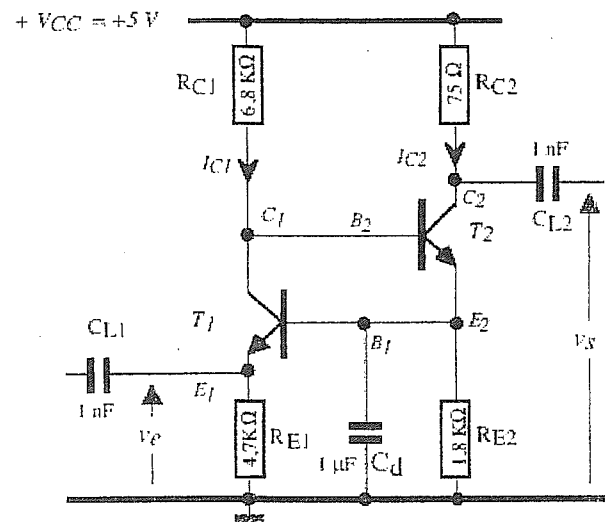
Dans le montage ci-dessous, les deux transistors sont identiques et possèdent un gain en courant $\beta=200$. On rappelle qu'en fonctionnement normal $V_{BE}=0,6V$

1. Dessiner le schéma du montage en régime continu.

2. Montrer que la tension V_{C1E1} du transistor T1 est sensiblement de 1,2V.

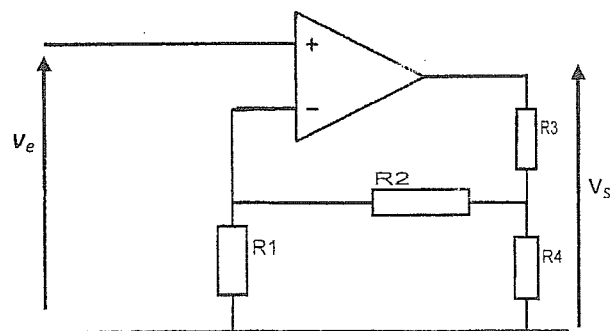
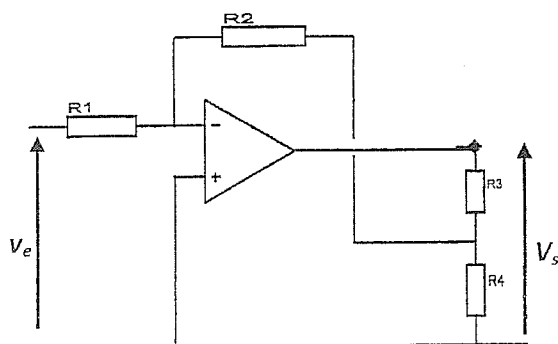
3. On supposera que les courants de base de T1 et T2 sont suffisamment faibles pour être négligés devant les courants de collecteur. En déduire la valeur du courant de repos I_{C1} du transistor T1.

4. Calculer la valeur des tensions V_{E1M} , V_{E2M} et V_{C1M} . En déduire la valeur du courant de repos I_{C2} du transistor T2. Calculer la valeur du potentiel V_{C2M} .



Exercice 2 [5 pts]:

On considère les deux montages ci-dessous pour lesquels les amplis opérationnels sont supposés parfaits. En exploitant les propriétés essentielles des AOP parfaits, établir pour chaque montage l'expression du gain en tension v_s/v_e , ainsi que la résistance d'entrée.



Exercice 3 [10pts] :

Le schéma ci-dessus, représente sous une forme simplifiée l'amplificateur de sortie en vidéofréquence d'un téléviseur. Cet amplificateur est destiné à attaquer la cathode du tube image

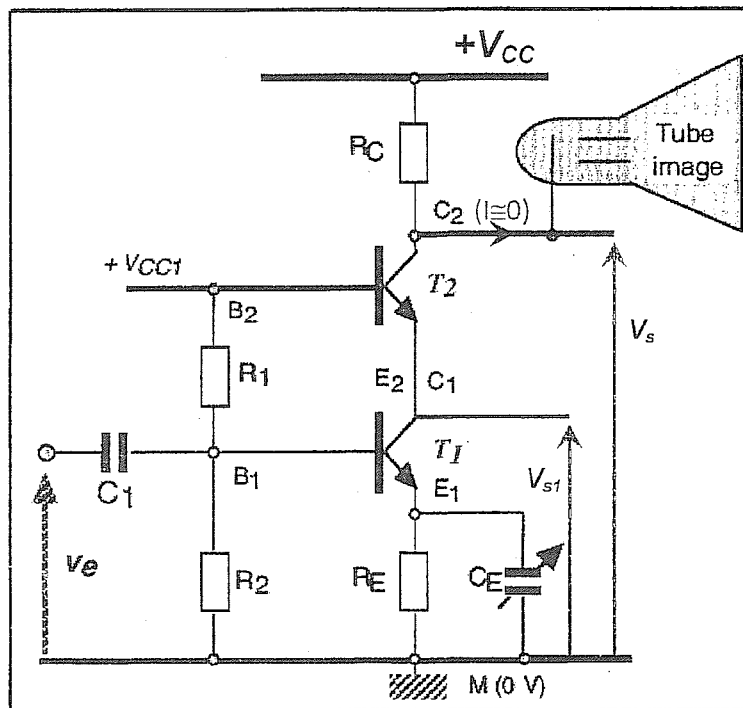
branchée au collecteur C2 du transistor T2. Le courant consommé par cette cathode est négligeable devant le courant de collecteur du transistor T2 commandé par l'intermédiaire du transistor T1. La polarisation du montage est assurée par une alimentation $+V_{CC}$, une deuxième alimentation V_{CC1} est connectée sur la base de T2. Les deux transistors sont identiques et possèdent un gain en courant $\beta=100$. En fonctionnement normal $V_{BE}=0,6V$. Les courants aux collecteurs de T1 et T2 sont tel que $I_{C1}=I_{C2}=4mA$.

On donne $R_C=12k\Omega$, $R_1=6,8k\Omega$ et $R_2=22k\Omega$.

Pour simplifier, on suppose que la capacité associée au condensateur C_E est nulle.

1. Dans quelle configuration sont montés les transistors T1 et T2 ? Dessiner le schéma équivalent au montage complet aux petites variations et aux fréquences moyennes sachant que le condensateur de liaison d'entrée a une impédance négligeable. On utilisera le modèle équivalent du transistor avec les paramètres r_{be} et g_m que l'on calculera ; et on supposera r_{ce} infinie. De plus on considèrera en régime dynamique les approximations suivantes :

$$i_{b1} \ll g_{m1} v_{be1} \quad \text{et} \quad i_{b2} \ll g_{m2} v_{be2}$$



- Déterminer l'expression de la résistance d'entrée $Re2$ de l'étage T2 vue par T1 entre son collecteur C1 et la masse.
- En déduire l'expression du gain en tension $A1$ du premier étage chargé par l'étage T2 en introduisant la transconductance g_{m1} du transistor T1. Que pensez-vous du résultat ?
- Ecrire l'expression du gain en tension $A = v_s/v_e$ du montage complet. Donner la forme approchée de ce gain et en déduire la valeur de RE pour avoir $A = -25$.
- Déterminer la résistance d'entrée $Re1$ du montage complet.

Epreuve d'électronique Analogique
Session de rattrapage
Durée 1h 30 mn

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

N.B : La présentation, la clarté et l'argumentation seront pris en considération.

Exercice 1 [12pts]:

On considère le montage amplificateur de la figure 1 qui utilise à 25 °C deux transistors T_1 et T_2 complémentaires tels que : $\beta = 250$, $|V_{BE}| = 0,6 \text{ V}$ et r_{ce} supposée infinie. Les deux transistors ont le même courant de repos égal 1 mA.

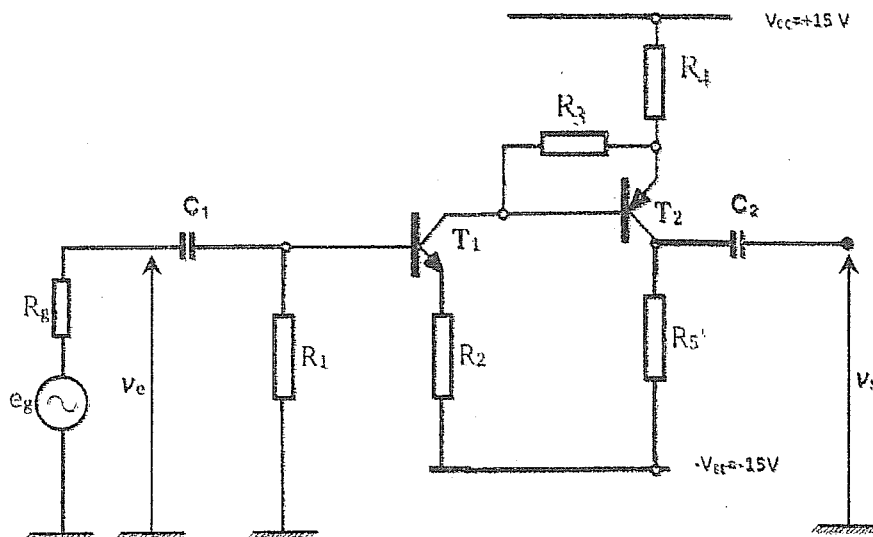


Figure 1

1. Dessiner le schéma du montage en régime continu; indiquer sur le schéma le sens et la valeur du courant de chaque branche.
2. On désire obtenir une tension de repos nulle ($V_{C2M}=0$) et imposer $V_{C2E2} = -7 \text{ V}$, en déduire la valeur à donner aux résistances R_5 , R_4 et R_3 .
3. Les condensateurs sont équivalents à des courts circuits à la fréquence de travail, représenter le schéma équivalent en dynamique de l'amplificateur. On prendra pour le transistor T_1 le modèle équivalent en βi_b et pour T_2 le modèle en $g_m v_{be}$.
4. Déterminer l'expression de la résistance d'entrée R_{e2} du deuxième étage vue par T_1 entre son collecteur et la masse. A.N.
5. Déterminer l'expression du gain en tension A_2 du deuxième étage en fonction notamment de la résistance R_{e2} . A.N.
6. Rechercher l'expression de la résistance d'entrée R_{e1} et du gain en tension A_1 du premier étage.
7. Sachant que le gain en tension du montage complet doit être égal à 500 et sa résistance d'entrée à 10 k Ω , calculer les valeurs à donner aux résistances R_1 et R_2 .

Exercice 2 [8pts]:

On considère Le montage de la figure 2 pour lequel, les amplificateurs opérationnels A1 et A2 sont supposés parfaits.

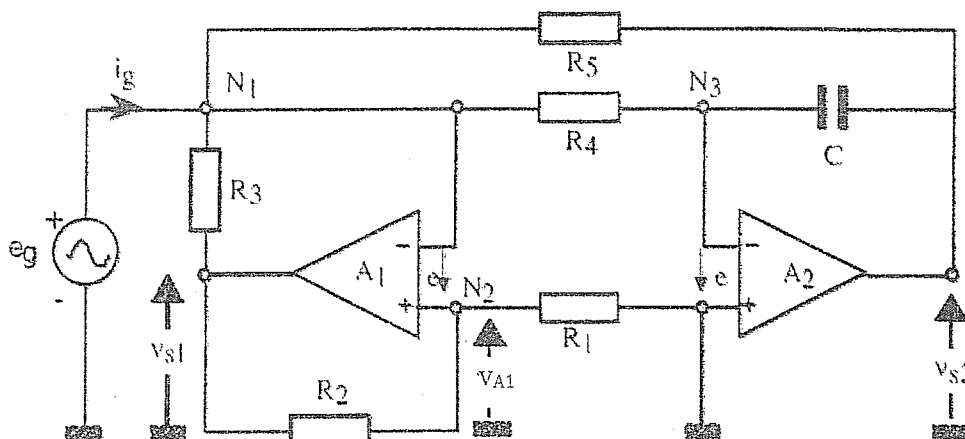


Figure 2

1. Ecrire les équations aux nœuds N_1 , N_2 et N_3 (on peut utiliser les conductances G_i des résistances).
2. Quelle est la relation entre les tensions V_{A1} et e_g .
3. En déduire l'expression de l'admittance entrée Y_e du montage vue par le générateur d'excitation e_g .
4. Quelle condition doit-on satisfaire pour que l'admittance d'entrée soit équivalente à une self pure? Quelle est alors l'expression de la self L simulée ?
5. Application numérique: $C = 0.1 \mu\text{F}$, $R_4 = 1 \text{ K}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ K}\Omega$, $R_2 = R_5 = 100 \text{ K}\Omega$; calculer la valeur de la self-inductance L et de la résistance R_1 .

Epreuve d'électronique Analogique
Session normale
Durée 1h 30 mn

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Exercice1 [14pts]:

On considère l'amplificateur de la figure 1, dans lequel les transistors $T1$ et $T2$, au silicium, sont rigoureusement complémentaires. Leur gain en courant β vaut 100 et leur résistance r_{ce} sera supposée très grande. Le montage utilise deux tensions d'alimentation : $V_{CC} = V_{EE} = 12V$. La température est fixée à $25^\circ C$.

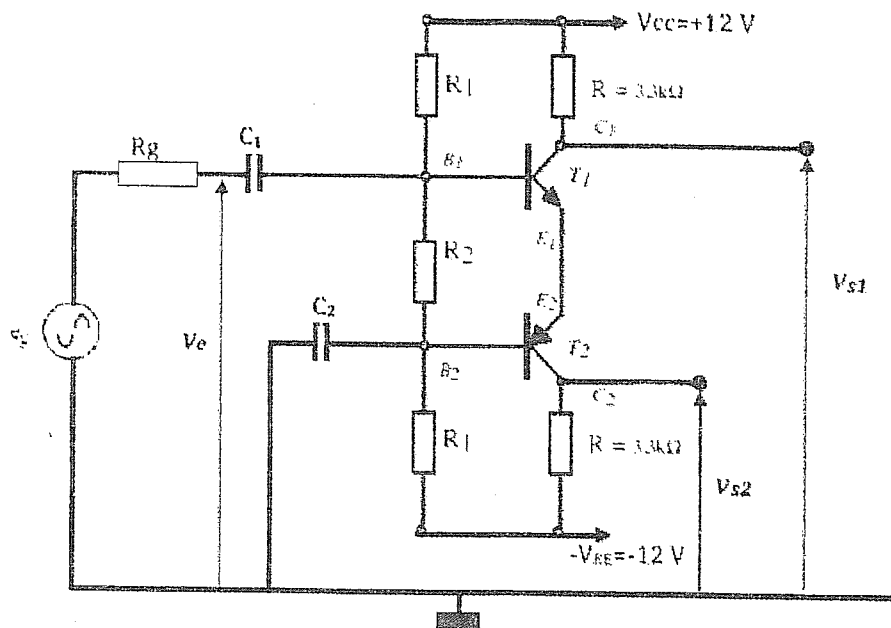


Figure 1.

1^{ère} PARTIE : ETUDE DE LA POLARISATION [6 PTS] :

1. Dessiner le schéma du montage en régime continu.
2. Montrer que les courants de repos de collecteur de $T1$ et $T2$ sont identiques.
3. Sachant que le montage est symétrique par rapport à la masse, en l'absence de signal variable, les émetteurs $E1$ et $E2$ sont au potentiel zéro volt (à la masse). On veut que le courant de collecteur soit de 2 mA . Déterminer les valeurs des tensions en tout points par rapport à la masse.
4. Déterminer les valeurs de $R1$ et $R2$ pour assurer le point de repos choisi pour chacun des transistors. On prendra le courant I_p dans $R2$ tel que $I_p = 20 I_B$.

2^{ème} PARTIE : ETUDE EN REGIME DE PETITES VARIATIONS [8pts] :

La suite du problème consiste à déterminer les caractéristiques du montage en régime de petites variations. On supposera que les condensateurs C1 et C2 présentent une impédance négligeable pour la fréquence de travail.

1. Dessiner le schéma équivalent en dynamique au montage. Indiquer le type de montage de T2. On utilisera pour les transistors le modèle équivalent en « βi_b ».
2. En cherchant la relation entre i_{b1} et i_{b2} , montrer que $\frac{v_{s1}}{v_{s2}} = -1$;
3. Déterminer le gain en « tension de différence » $A_d = \frac{v_{s1} - v_{s2}}{v_e}$, A.N ;
4. Déterminer l'impédance d'entrée R_E de l'étage T2, vue entre E2 et B2. A.N ;
5. Compte tenu De R_E , redessiner le schéma équivalent, puis déterminer le tension en tension $A_1 = \frac{v_{s1}}{v_e}$, A.N ;
6. Calculer la résistance d'entrée R_e de l'amplificateur vue par le générateur d'attaque (e_g, R_g) entre B1 et la masse ;
7. Déterminer les résistances de sortie R_{s1} et R_{s2} du montage sur les voies v_{s1} et v_{s2} .

Exercice 2 [6pts]:

Le montage de la figure 2 constitue un simulateur de self-inductance, pour lequel les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits.

1. En exploitant les propriétés essentielles de l'amplificateur opérationnel, exprimer les tensions V_A et V_B en fonction de v_e ? Quelle relation simple lie la tension v_{s2} à la tension v_e et au courant i ?
2. Rechercher la relation liant les tensions V_B et v_{s1} et la relation reliant v_{s2} et v_e .
3. Dédire des questions précédentes, l'expression de l'impédance d'entrée $Z_e = v_e / i$ du montage et montrer qu'il s'agit d'une self-inductance L dont on donnera l'expression en fonction de R et C .
4. Faire l'application numérique pour $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,1 \mu\text{F}$.

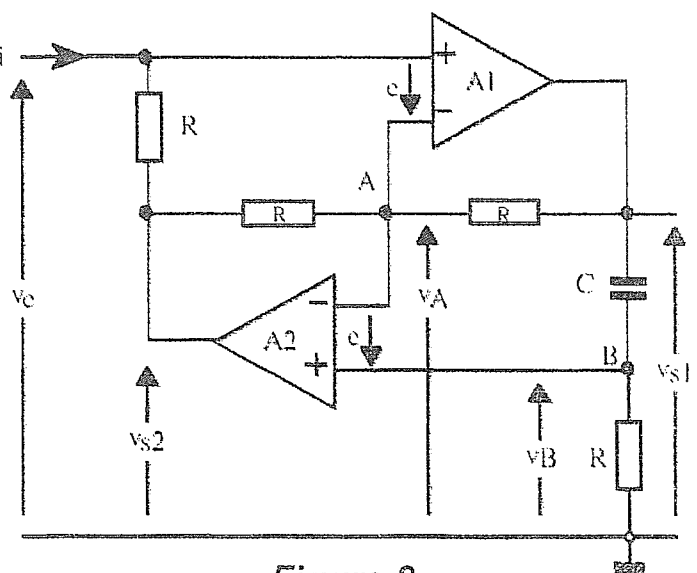


Figure 2

Epreuve d'électronique Analogique
Session normale
Durée 1h 30 mn

Exercise 1[12pts] :

Le montage amplificateur de la figure 1 utilise deux transistors complémentaires tels que : $|V_{BE}| = 0,6 \text{ V}$, $\beta = 100$, les résistances **internes r_{ce} très grandes.**

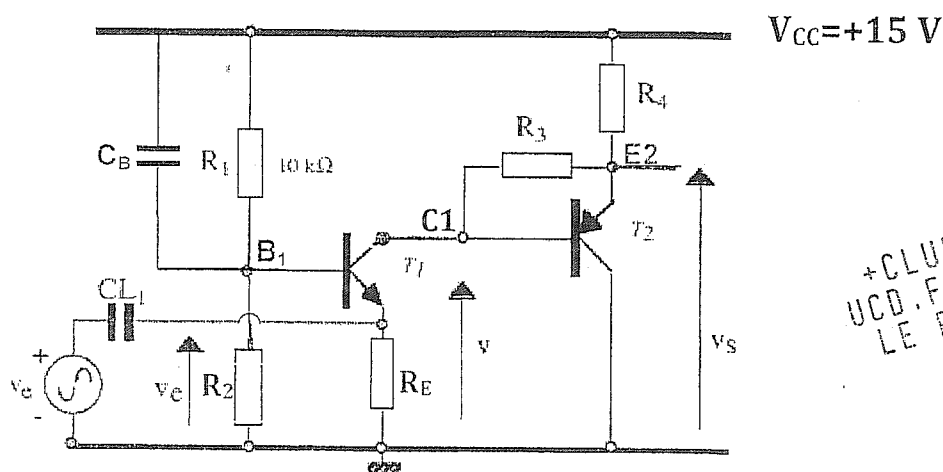


Figure 1

- On donne $V_{C2E2} = -8 \text{ V}$ et $V_{C1E1} = 2,4 \text{ V}$. Calculer les tensions des nœuds **E2**, **C1** et **B1**, par rapport à la masse.
- Sachant que les courants de collecteur des deux transistors ont la même valeur :
 $I_{C1} = I_{C2} = 5 \text{ mA}$, calculer la valeur des résistances R_2 , R_E , R_3 et R_4 .
- A la fréquence d'utilisation de l'amplificateur, les condensateurs C_{L1} et C_B sont équivalents à des court-circuits ; dessiner le schéma équivalent en régime de variation petits signaux basses fréquences du 2^{ème} étage (pour le transistor on utilisera la représentation en $g_m V_{be}$), puis déterminer son gain en tension: $A_{V0} = v_s/v$. Faire l'A.N.
- Déterminer l'expression de la résistance d'entrée R_{e2} du 2^o étage vue par le transistor T1 entre son collecteur et la masse. Faire l'A.N.
- représenter le schéma équivalent en dynamique du 1^{er} étage chargé par le deuxième étage (pour le transistor on utilisera la représentation en $g_m V_{be}$). Déterminer son gain en tension: $A_{V1} = (v/v_e)$. Faire l'A.N.
En déduire le gain en tension A_v du montage complet.
- Déterminer la résistance de sortie R_s du montage complet.

EXERCICE 2 [4 pts] :

On considère le montage amplificateur différentiel de la figure 2, qui utilise à la température de 25 °C, deux transistors NPN T1 et T2 intégrés identiques ayant le même courant I_{SBC} et possédant :

- Un gain en courant $\beta = 200$
- Une résistance interne r_{ce} très grande.

La source de courant I_0 est supposée idéale c'est-à-dire que sa résistance interne R_i est infinie.

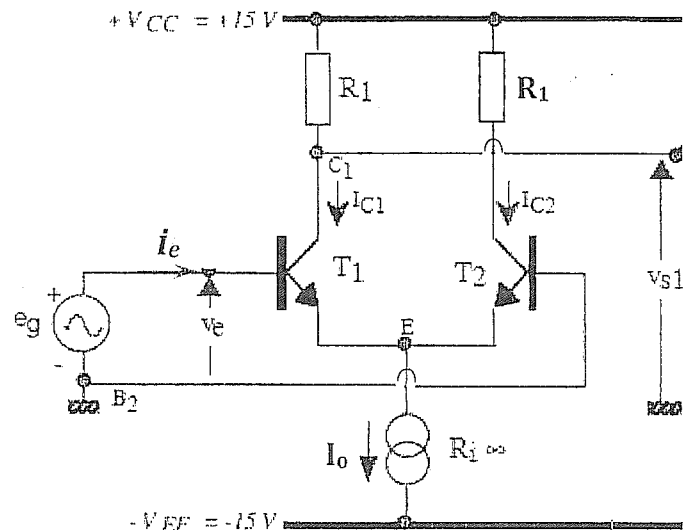


Figure 2

1. Au repos, pour $e_g = 0$ V, montrer que les transistors T1 et T2 ont le même courant de collecteur.
2. Dessiner le schéma équivalent de l'amplificateur aux petites variations et aux fréquences moyennes (**on utilisera pour les transistors le schéma en βi_b**).
3. Déterminer les expressions de la résistance d'entrée $R_{e1} = v_e / i_e$ ainsi que le gain en tension $A_1 = v_{s1} / v_e$.
4. On désire obtenir un gain en tension A_1 de -200 et une résistance d'entrée R_{e1} de 250 k Ω , Calculer la valeur à donner à la résistance R_1 et à la source de courant I_0 .

Exercice 3 [4 pts] :

On considère le montage de la figure 3 pour lequel les amplificateurs opérationnel sont supposés parfaits.

1. Déterminer l'expression des gains en tension : $G_1 = v_{s1} / v_e$, $G_2 = v_{s2} / v_{s1}$ et $G = v_{s2} / v_e$
2. Déterminer la résistance d'entrée R_e du montage vu par le générateur d'attaque v_e puis calculer la valeur de R permettant d'obtenir $R_e = 100$ K Ω sachant que : $R_1 = 10$ K Ω et $R_2 = 100$ K Ω .

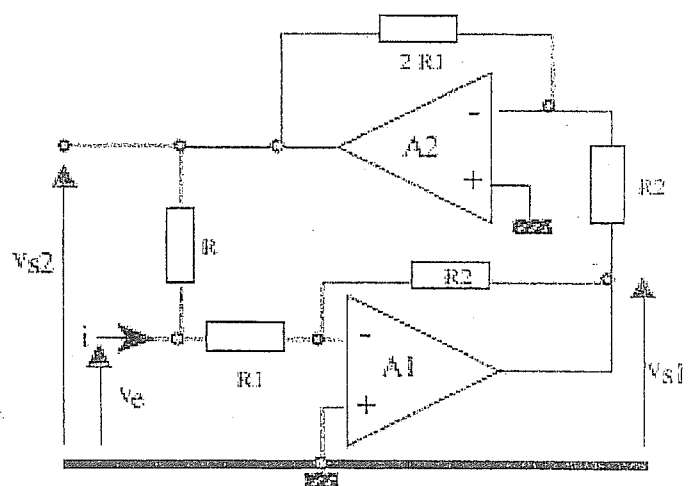


Figure 3

Examen de Physique Nucléaire
S5 – 2011/2012 –

Exercice 1 - Stabilité

On rappelle la formule semi-empirique donnant l'énergie de liaison B d'un noyau de nombre de masse A contenant Z protons:

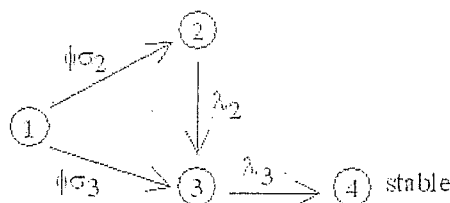
$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_a A^{-1} (A - 2Z)^2 + \delta(A) \quad (1)$$

Où a_v, a_s, a_c et a_a sont des coefficients constants (en première approximation), $\delta = 0$ lorsque A est impair, $\delta = +34A^{-3/4}$ pour A et Z pairs ; $\delta = -34A^{-3/4}$ pour A pair et Z impair.

- Calculer la différence des énergies de liaison $B(A, Z) - B(A, Z')$ pour deux noyaux **miroir** ${}^A_Z X$ et ${}^A_{Z'} Y$
- Dans le cas d'une capture électronique entre deux noyaux **miroir** ${}^A_Z X$ et ${}^A_{Z'} Y$
 - Donne: l'expression de l'énergie libérée Q_{CE} en fonction des masses atomiques
 - Monter que l'énergie libérée s'exprime comme :
$$Q_{EC} = -a_c A^{2/3} (A - 2Z) - (m_n - m_H) c^2$$
- Sachant que l'énergie libérée lors de la désintégration du ${}^{27}_{14} Si$ est $Q_{EC} = 4.809 \text{ MeV}$ et que $(m_n - m_H) c^2 = 0.782 \text{ MeV}$, Déterminer le terme a_c .
- Dans une désintégration β^- d'un noyau ${}^A_Z X$ vers ${}^A_{Z'} Y$,
 - Donnez l'expression de l'énergie libérée Q_β en fonction des masses atomiques
 - Monter que Q_β s'exprime comme : $Q_\beta = 4a_a A^{-1} (A - 2Z - 1) - a_c A^{-1/3} (2Z + 1) + (m_n - m_H) c^2$
- Sachant que l'énergie libérée au cours de la désintégration de ${}^{27}_{12} Mg$ vers ${}^{27}_{13} Al$ est égale à 2.609 MeV , déterminer le terme d'asymétrie a_a .
- En utilisant la formule semi-empirique pour A est impair, exprimer le nombre de charge Z_0 de l'isobare le plus stable en fonction de A .
- En déduire l'isobare le plus stable pour $A=27$.

Exercice 2 - Transformations radioactives

L'irradiation par des neutrons thermiques d'une feuille d'un élément (1) conduit à la formation des noyaux (2) et (3). Le noyau (2) se désintègre vers le noyau (3); ce dernier décroît à son tour vers un noyau (4) stable. La situation est représentée sur la figure ci-dessous, où on a indiqué les sections efficaces de capture neutronique, ainsi que les constantes de désintégration.



CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

On suppose qu'à l'instant initial, $N_1(t=0) = N_1^0$ et $N_2^0 = N_3^0 = N_4^0 = 0$

- Ecrire les équations différentielles relatives à l'évolution des noyaux (2), (3) et (4) au cours du temps.
- Déterminer l'activité des noyaux (2) en fonction du temps d'irradiation t_i
- On arrête l'irradiation après un temps t_i et on laisse décroître l'échantillon irradié, déterminer l'activité des noyaux (2) après un temps de décroissance t_d

I- Un gaz diatomique (HCl par exemple) est formé de N molécules linéaires (AB), où A et B sont deux atomes différents. On cherche dans ce qui suit à évaluer la contribution à l'énergie interne totale du gaz des effets de rotations des molécules. On notera T la température d'équilibre du gaz.

a- Hamiltonien de rotation classique d'une molécule : (voir figure)

1- l'espace de phases associé à la rotation d'une molécule est $\{\theta; \varphi; p_\theta; p_\varphi\}$,

avec p_θ et p_φ sont respectivement les impulsions conjuguées de θ et φ .

Ecrire en fonction de I_A , I_B , θ et φ les positions des deux atomes (\vec{GB} et \vec{GA}) ; en déduire les vitesses correspondantes \vec{v}_A et \vec{v}_B .

2- Le moment d'inertie de la molécule par rapport à G est : $I = m_A l_A^2 + m_B l_B^2$. Déduire la fonction de Lagrange de la molécule (ou encore, son énergie cinétique de rotation).

3- Déterminer la fonction de Hamilton h d'une molécule en fonction de I , θ , p_θ et p_φ .

b- Etude du gaz de $N \gg 1$ molécules :

A l'aide de la distribution canonique classique

1- Rappeler l'expression de l'énergie interne totale de translation à l'équilibre de ce gaz en fonction de N et T .

2- Calculer la fonction de partition de rotation Z_N en fonction de $\beta = \frac{1}{k_B T}$.

3- Déterminer l'énergie interne totale de rotation du gaz.

II- L'entropie statistique au voisinage de l'équilibre est définie par : $S = -k_B \sum_i p_i \log p_i$.
Pour un système fermé, Montrer que S est maximale à l'équilibre statistique.

CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

EXAMEN DE PHYSIQUE STATISTIQUE
(1H 30mn)

A- STATISTIQUE CLASSIQUE

Oscillateur harmonique (OH) classique à deux dimensions (2D):

a- Un seul oscillateur

- Ecrire l'Hamiltonien
- Calculer la fonction de partition canonique z pour un seul oscillateur

b- Pour $N \gg 1$ (OH)

On suppose que les (OH) vibrent avec la même fréquence.

- Calculer la fonction de partition canonique totale Z du système.
- Dédire l'énergie interne totale moyenne du système en fonction de la température.

B- STATISTIQUE QUANTIQUE

Oscillateur harmonique (OH) quantique à deux dimensions (2D):

a- Un seul oscillateur

L'énergie est quantifiée par deux nombres entiers naturels n_1 et n_2 telle que :

$$\epsilon = \hbar \omega (n_1 + n_2 + 1) \quad \text{Où } \omega \text{ représente la pulsation constante de (OH).}$$

- Calculer la fonction de partition canonique z

b- Pour $N \gg 1$ (OH) quantiques

On admettra que les (OH) ont la même fréquence.

- Calculer la fonction de partition canonique totale Z
- Dédire la valeur moyenne de l'énergie interne totale du système
- Par passage à la limite classique, retrouver le résultat établi en A

c- Donner un exemple de phénomène physique décrit par les équations de A et B

C- STATISTIQUE SEMI-CLASSIQUE

Le mouvement de translation des particules est souvent traité dans le cadre d'une statistique semi-classique. On se propose d'étudier un gaz parfait ultra-relativiste, constitué de N particules et occupant un volume V . l'ensemble est en équilibre statistique à la température T . Les particules ont la même masse m .

- Définir le cas semi-classique
- Donner un exemple physique du gaz ultra-relativiste
- Rappeler l'énergie totale d'une particule ultra-relativiste.
- Dédire la fonction de partition semi-classique individuelle.
- Calculer l'énergie interne moyenne totale du gaz, comparer le résultat au cas classique.

CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Données utiles

Fonction de partition :

$$Z = \text{Tr}(e^{-\beta H}) \rightarrow \int e^{-\beta H} d\Gamma$$

Ou encore $Z = \sum_n e^{-\beta E_n}$

Energie :

Interne $E = -\frac{\partial \text{Log} Z}{\partial \beta}$

Libre $F = -K_B T \text{Log} Z$

Energie totale relativiste : $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

1- Théorème de Liouville :

On assimile le mouvement d'un corps ponctuel suivant un axe (Ox) à un oscillateur harmonique 1D. l'Hamiltonien de ce système s'écrit : $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}x^2$; k et m sont des constantes positives, x est la coordonnée (x=0 est la position d'équilibre) et p représente l'impulsion conjuguée de x.

- Ecrire les équations différentielles du mouvement.
- On pose dans toute la suite $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$, les équations horaires du mouvement prennent la forme

$$p = a \cos (wt) \quad \text{et} \quad x = b \sin wt$$

Dans l'espace de phases de l'oscillateur montrer l'invariance de la quantité : $\Gamma = \iint dx dp$

(On prendra deux instants t et t' = (t+Δt) et on établira l'égalité des deux intégrales correspondantes)

2- Fonction de partition classique d'un gaz parfait

Un gaz parfait classique et fermé se trouve en équilibre à la température T , de volume V et de pression P. On note $N \gg 1$, le nombre total d'atomes supposé constant.

- Ecrire l'Hamiltonien total du gaz.
- Déterminer la fonction de partition classique du gaz.
- En déduire son énergie interne totale.
- Calculer l'énergie libre du gaz et en déduire son équation d'état.

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

3- Systèmes de spins – fonction de partition quantique

Un cristal paramagnétique parfait, contient $N \gg 1$ atomes, est soumis à un champ magnétique uniforme suivant (Oz) , $\vec{B} = B \vec{k}$. Chaque atome de spin S admet (2S+1) états quantiques selon les valeurs prises par S_z , la projection du spin sur le champ externe. L'interaction magnétique d'un atome avec le champ externe est modélisée par l'Hamiltonien : $h = -\lambda B S_z$ où λ est une constante positive.

$$S_z \in \{-S, -S+1, \dots, S-1, S\}$$

0) C'est quoi le Paramagnétisme ?

1) Ecrire l'Hamiltonien total du cristal

2) Calculer la fonction de partition totale.

3) L'aimantation réduite d'un atome sera définie comme : $m = \langle S_z \rangle$. Ecrire l'énergie interne totale en fonction de l'aimantation totale réduite du cristal M.

4) Déduire l'expression de M et retrouver la loi de Curie à hautes températures.

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Examen de Physique Statistique – Parcours PMR – S5

1- Théorème de Liouville :

On assimile le mouvement d'un corps ponctuel suivant un axe (Ox) à un oscillateur harmonique 1D. l'Hamiltonien de ce système s'écrit : $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}x^2$; k et m sont des constantes positives, x est la coordonnée (x=0 est la position d'équilibre) et p représente l'impulsion conjuguée de x.

- Ecrire les équations différentielles du mouvement.

- On pose dans toute la suite $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$, les équations horaires du mouvement prennent la forme

$$p = a \cos (wt) \quad \text{et} \quad x = b \sin wt$$

Dans l'espace de phases de l'oscillateur montrer l'invariance de la quantité : $\Gamma = \iint dx dp$

(On prendra deux instants t et t' = (t+Δt) et on établira l'égalité des deux intégrales correspondantes)

2- Fonction de partition classique d'un gaz parfait

Un gaz parfait classique et fermé se trouve en équilibre à la température T , de volume V et de pression P. On note $N \gg 1$, le nombre total d'atomes supposé constant.

- Ecrire l'Hamiltonien total du gaz.
- Déterminer la fonction de partition classique du gaz.
- En déduire son énergie interne totale.
- Calculer l'énergie libre du gaz et en déduire son équation d'état.

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRESIDENT

3- Systèmes de spins – fonction de partition quantique

Un cristal paramagnétique parfait, contient $N \gg 1$ atomes, est soumis à un champ magnétique uniforme suivant (Oz) , $\vec{B} = B \vec{k}$. Chaque atome de spin S admet (2S+1) états quantiques selon les valeurs prises par S_z , la projection du spin sur le champ externe. L'interaction magnétique d'un atome avec le champ externe est modélisée par l'Hamiltonien : $h = -\lambda B S_z$ où λ est une constante positive.

$$S_z \in \{-S, -S + 1, \dots, S - 1, S\}$$

0) C'est quoi le Paramagnétisme ?

1) Ecrire l'Hamiltonien total du cristal

2) Calculer la fonction de partition totale.

3) L'aimantation réduite d'un atome sera définie comme : $m = \langle S_z \rangle$. Ecrire l'énergie interne totale en fonction de l'aimantation totale réduite du cristal M.

4) Déduire l'expression de M et retrouver la loi de Curie à hautes températures.

I- Un gaz diatomique (HCl par exemple) est formé de N molécules linéaires (AB), où A et B sont deux atomes différents. On cherche dans ce qui suit à évaluer la contribution à l'énergie interne totale du gaz des effets de rotations des molécules. On notera T la température d'équilibre du gaz.

a- Hamiltonien de rotation classique d'une molécule : (voir figure)

1- l'espace de phases associé à la rotation d'une molécule est $\{\theta; \varphi; p_\theta; p_\varphi\}$,

avec p_θ et p_φ sont respectivement les impulsions conjuguées de θ et φ .

Ecrire en fonction de l_A, l_B, θ et φ les positions des deux atomes (\vec{GB} et \vec{GA}) ; en déduire les vitesses correspondantes \vec{v}_A et \vec{v}_B .

2- Le moment d'inertie de la molécule par rapport à G est : $I = m_A l_A^2 + m_B l_B^2$. Déduire la fonction de Lagrange de la molécule (ou encore, son énergie cinétique de rotation).

3- Déterminer la fonction de Hamilton h d'une molécule en fonction de I, θ, p_θ et p_φ .

b- Etude du gaz de $N \gg 1$ molécules :

A l'aide de la distribution canonique classique

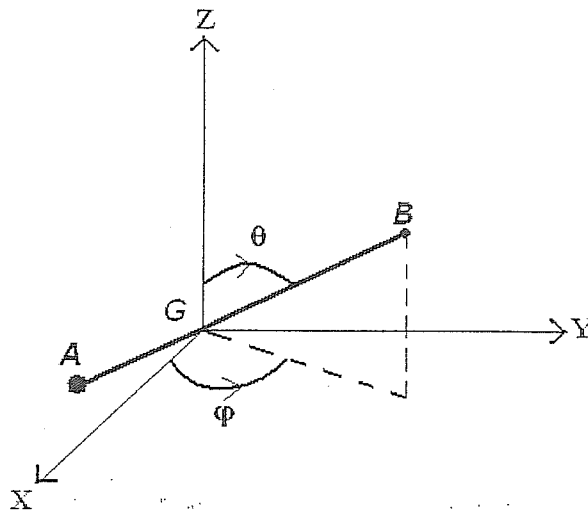
1- Rappeler l'expression de l'énergie interne totale de translation à l'équilibre de ce gaz en fonction de N et T .

2- Calculer la fonction de partition de rotation Z_N en fonction de $\beta = \frac{1}{k_B T}$.

3- Déterminer l'énergie interne totale de rotation du gaz.

II- L'entropie statistique au voisinage de l'équilibre est définie par : $S = -k_B \sum_i p_i \log p_i$.
Pour un système fermé, Montrer que S est maximale à l'équilibre statistique.

Données utiles



+CLUB N. JAH+
UCD.FS. EL JADID
LE PRÉSIDENT

Figure illustrant le repérage pour une molécule diatomique (AB), dans le référentiel du centre de masse (GXYZ). $GA=l_A$ et $GB=l_B$, la distance AB est constante.

- L'espace de phase d'un système à s degrés de liberté est à $2s$ dimensions, ses axes sont les s coordonnées et s impulsions généralisées :

$$\{q_1; \dots; q_s; p_1; \dots; p_s\}$$

- Le Lagrangien du système est une fonction des coordonnées et des vitesses généralisées :

$$L(q_1; \dots; q_s; \dot{q}_1; \dots; \dot{q}_s) = T - U$$

- L'Hamiltonien est une fonction des coordonnées et des impulsions généralisées

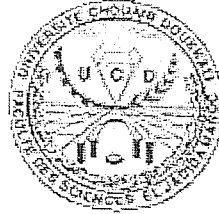
$$H\{q_1; \dots; q_s; p_1; \dots; p_s\} = \sum_i (p_i \dot{q}_i) - L = T + U$$

L'impulsion conjuguée p_i d'une coordonnée généralisée q_i est définie par :

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$$

- La fonction de partition classique Z dans la distribution canonique de Gibbs est :

$$Z = \int \dots \int \exp(-\beta H) d\Gamma$$

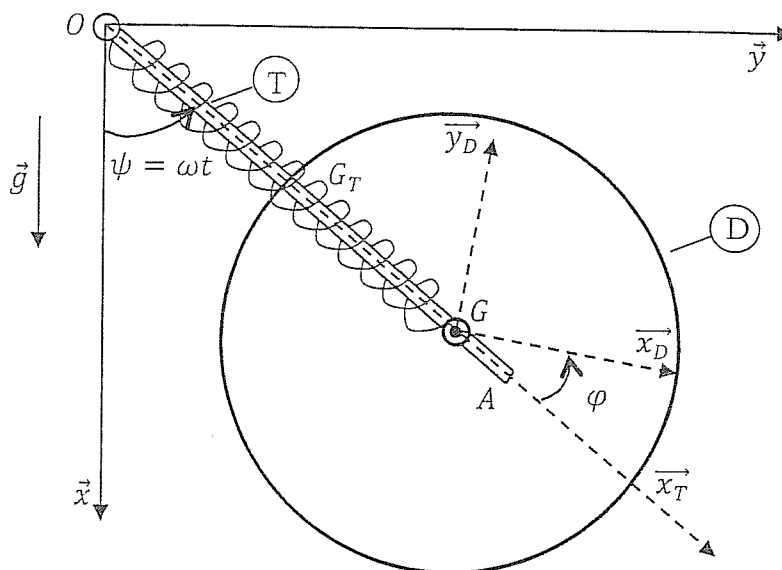


Année universitaire 2013/2014
Filière SMP. Parcours mécanique
Durée : 1h30

Examen de Rattrapage
Mécanique de Lagrange

Problème : (14 pts)

Considérons le système mécanique de la figure ci dessous :
 $\mathcal{R}(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère galiléen d'axe vertical $O\vec{x}$ dirigé vers le bas.



CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

(T) est une tige de masse négligeable, de longueur $OA = 2l$, de liaison pivot d'axe $O\vec{z}$ avec le repère \mathcal{R} tel que $(\vec{x}, \vec{x}_T) = \psi = \omega t$ ($\omega = \text{constante}$)

(D) est un disque homogène de masse m , de rayon r et de centre G . Le disque (D) glisse le long de la tige (T) et au même temps il tourne autour de l'axe $(G\vec{z})$, avec $\vec{OG} = \lambda \vec{x}_T$ et $(\vec{x}_T, \vec{x}_D) = \varphi$.

Un ressort (R), de raideur k de longueur au repos égale à λ_0 , est attaché à la fois au point O et au centre G du disque.

Equilibre statique du système

- 1) Donner un paramétrage du système $\Sigma = (T) \cup (D)$.
- 2) Ecrire les équations de liaison.
- 3) En déduire que (λ, φ) est un paramétrage complet du système.

- 4) A un instant $t = t_0$, calculer la puissance virtuelle développée par les forces données.
- 5) En déduire l'équation donnant l'équilibre du système.

Equations de Lagrange

- 1) Calculer le Lagrangien $L(\lambda, \varphi)$ du système Σ .
- 2) Ecrire les équations de Lagrange.
- 3) Quelles sont les intégrales premières du mouvement ?

Exercice (6pt)

Soit le système physique avec le Hamiltonien :

$$H(q, p, t) = kp^2q^2, \quad k > 0$$

1. Ecrire les équations de Hamilton.
2. On veut résoudre ce système en utilisant la méthode de Hamilton-Jacobi :
 - a. Ecrire l'équation de Hamilton-Jacobi, en imposant $K(Q, P, t) = 0$
 - b. Trouver la solution de l'équation de Hamilton-Jacobi par séparation des variables, on prendra comme constante $\alpha = P$
 - c. En déduire la fonction génératrice correspondante de type $F_2(q, P, t)$, tel que :
$$p = \frac{\partial F_2}{\partial q} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\partial F_2}{\partial P}$$
 - d. Calculer $q(P, Q, t)$ et $p(P, Q, t)$.

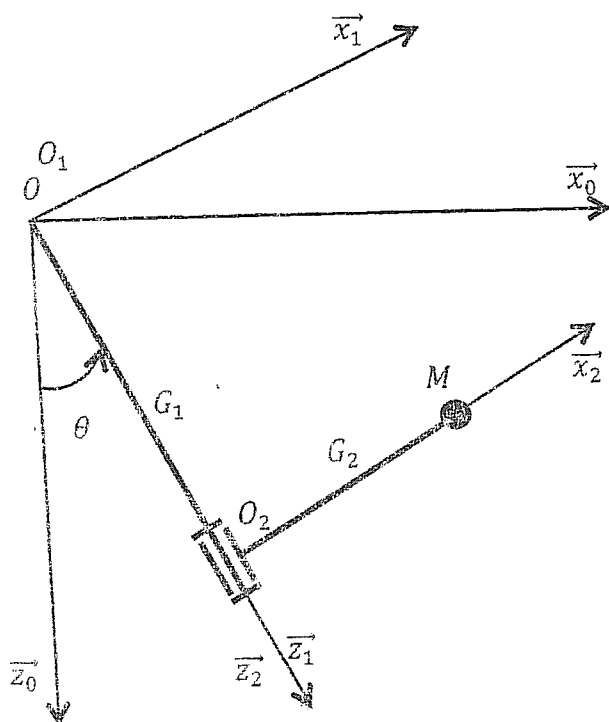


Année universitaire 2012/2013
Filière SMP

Examen de Mécanique de Lagrange
Durée 1h30

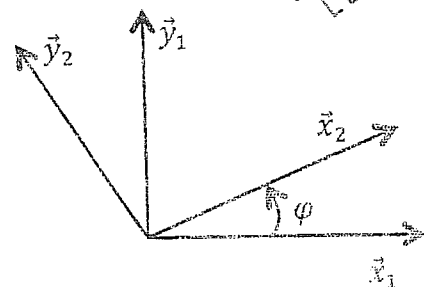
Exercice 1 :

- Donner les équations d'équilibre du système ci-dessus.
- En déduire les positions d'équilibre φ_e et θ_e .
- Donner les conditions de stabilité autour de la position d'équilibre φ_e .



$$\overrightarrow{O_1 O_2} = \ell \vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{O_2 G_2} = b \vec{x}_2$$



CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

S_1 et S_2 ont pour masse respectives égale m . La bille M placée à l'extrémité de la tige S_2 a pour masse égale à M .

Exercice 2 :

$\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est un repère galiléen lié à un bâti (S_0) (non représenté).

(S_1) : est un solide de masse négligeable constitué de 3 parties cylindriques de révolution d'axes respectif $O\vec{z}_0$, $O\vec{x}$ et $B\vec{z}_0$. Elles sont soudées de manière à avoir : $\vec{x} \cdot \vec{z}_0 = 0$

(S_2) : solide de révolution en liaison glissière d'axe $B\vec{z}_0$ avec (S_1). Tel que $\overrightarrow{BG} = \lambda \vec{z}_0$ et $\vec{\Omega}(S_2/S_1) = \vec{0}$.

$$\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{z_0} ; \overrightarrow{OB} = b\overrightarrow{x} ; \psi = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x}) .$$

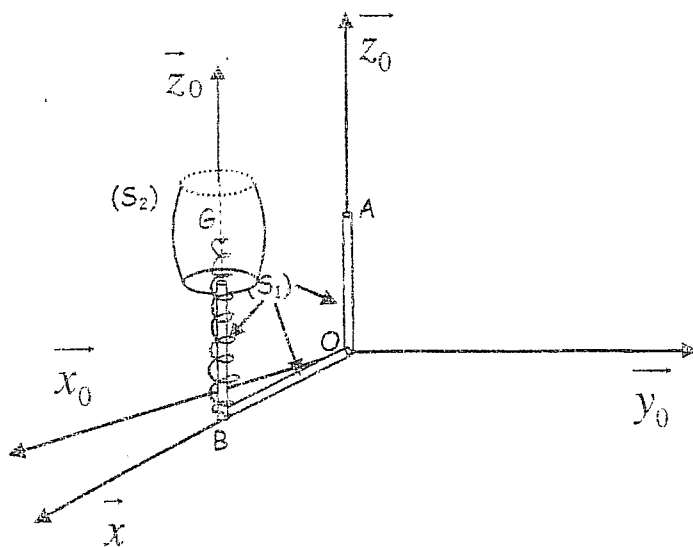
M la masse de (S_2) ; G le centre de masse de (S_2) . $\mathcal{R}(G, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z_0})$ Repère lié à (S_2)

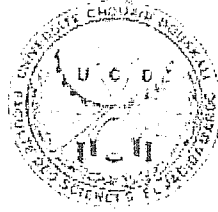
C_2 les moments d'inertie de (S_2) par rapport à $G\overrightarrow{z_0}$.

Les liaisons entre (S_0) et (S_1) sont supposées parfaites.

Le système $\Sigma = (S_1) \cup (S_2)$ est soumis aux actions de l'apesanteur tel que $\vec{g} = -g\overrightarrow{z_0}$. On a placé entre le point B et G un ressort de raideur k de longueur naturelle $\lambda_0 = a$.

- 1) Donner un paramétrage complet du système Σ .
- 2) Calculer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de Σ . En déduire le Lagrangien $L(\psi, \lambda)$.
- 3) Ecrire les équations de Lagrange du mouvement de Σ / \mathcal{R}_0 .
- 4) A-t-on l'intégrale première de l'énergie cinétique ?
- 5) Montrer que le mouvement en λ est régi par une équation de type $\lambda'' = f(\lambda)$.
- 6) En plus des actions citées ci-dessus, le solide (S_1) est soumis de la part d'un moteur monté entre (S_0) et (S_1) à un couple $C = \Gamma\overrightarrow{z_0}$. ($\Gamma = C^{te}$)
 - a. Calculer la puissance virtuelle des forces données et en déduire les forces généralisées.
 - b. Ecrire les équations de Lagrange du mouvement et déterminer Γ .
 - c. A-t-on l'intégrale première de Painlevé ? Qu'en est-il si de façon générale si on a $\psi = g(t)$?





Année universitaire 2012/2013

Examen de Mécanique de Lagrange

Filière SMP – Session de rattrapage

Durée 1h30

Exercice 1 : Calcul des puissances virtuelles

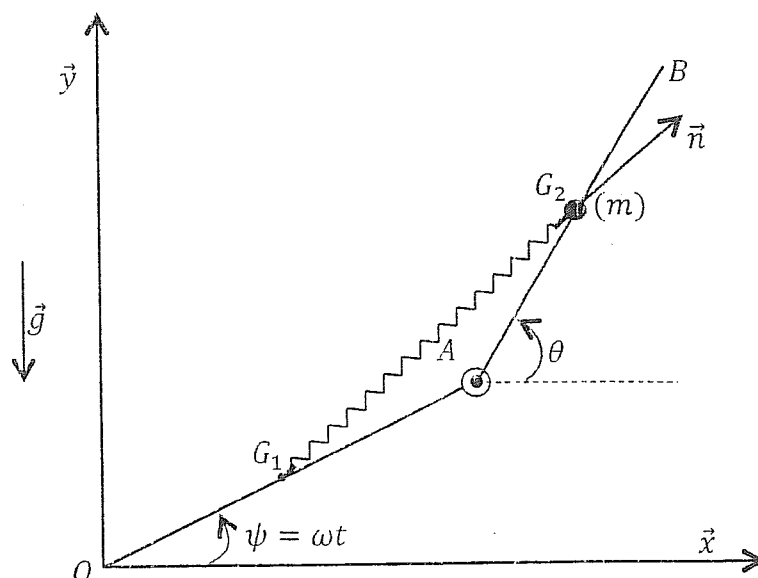
$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère galiléen.

On considère le système suivant :

- (OA) et (AB) sont deux tiges de masses négligeables telles que : $OA = AB = \ell$
- (m) est une masse m attachée en G_2 . $(S_1) = (OA)$ et $(S_2) = (AB) + (m)$
- On a placé un ressort de raideur k (de longueur naturelle égale à l_0) entre les points G_1 et G_2 . Le mouvement de (S_1) par rapport à R est imposé avec $\psi = \omega t$

- Le torseur d'action mécanique de (S_1) sur (S_2) est : $\{C_{12}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{C}_{12} = -C(\dot{\theta} - \dot{\psi})\vec{z} \end{array} \right\}_A$

- 1) Donner un paramétrage complet de (S_2) dans son mouvement par rapport à R .
- 2) Calculer la puissance réelle développée par l'action de l'apesanteur sur (S_2) .
- 3) Calculer la puissance virtuelle développée par l'action de l'apesanteur sur (S_2) .
- 4) Calculer la puissance virtuelle des forces de liaison de (S_1) sur (S_2) .
- 5) Calculer la puissance virtuelle développée par l'action du ressort sur (S_2) .
- 6) Ecrire le principe des puissances virtuelles appliqué à (S_2) dans son mouvement par rapport à $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. En déduire l'équation du mouvement de (S_2) .



$$\begin{aligned} \overrightarrow{OG_1} &= \frac{\overrightarrow{OA}}{2} \\ \overrightarrow{AG_2} &= \frac{\overrightarrow{AB}}{2} \\ \vec{n} &= \frac{\overrightarrow{G_1G_2}}{|\overrightarrow{G_1G_2}|} \end{aligned}$$

$$1 + \cos x = 2 \cos \left(\frac{x}{2} \right)^2$$

- 7) Calculer l'énergie cinétique de (S_2) .
- 8) Ecrire l'équation de Lagrange de (S_2) dans son mouvement par rapport à R .
Retrouvez l'équation de mouvement trouvée à (6).

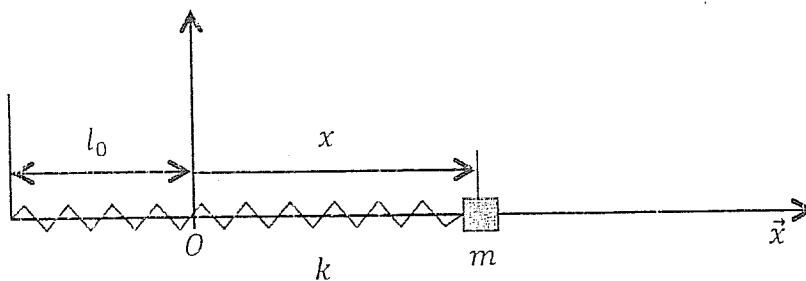
Exercice 2 :

1. Ecrire le lagrangien d'un oscillateur harmonique unidimensionnel de masse m et de constante de raideur k (on notera $\omega^2 = k/m$ (1)).
2. Construire l'Hamiltonien du système en utilisant (1).
3. On considère la transformation suivante des anciennes variables (q, p) aux nouvelles variables (Q, P) :

$$Q = C(p + im\omega q) \quad ; \quad P = C(p - im\omega q)$$

4. Déterminer C pour que cette transformation soit canonique.
5. Déterminer la fonction génératrice de cette transformation, $F_2(q, P)$.
6. Montrer que le nouvel Hamiltonien : $K(Q, P) = \frac{1}{2mC^2} QP$.
7. Déterminer les équations de Hamilton pour les nouvelles variables et calculer $Q(t)$ et $P(t)$.
8. Trouver alors la solution du problème originel, $q(t)$ et $p(t)$.

Indications : $p_i = \frac{\partial F_2}{\partial q_i}$, $Q_i = \frac{\partial F_2}{\partial P_i}$ et $K = H + \frac{\partial F_2}{\partial t}$



Examen de Physique de vibrations - Filière : SMP5

Session de rattrapage - durée 1h30

Exercice I

On considère un ressort, de constante de raideur k_1 et de longueur à vide l_0 , accroché par l'une de ses extrémités à un support horizontal fixe. A l'autre extrémité on attache une masse m_1 . Le poids du ressort est négligé.

On suppose que la masse m_1 est soumise à une force de frottement de type fluide de norme proportionnelle à sa vitesse et de sens opposé à celle-ci ($\vec{f} = -\lambda_1 \cdot \vec{v}$, λ_1 est le coefficient de frottement) et à une force d'excitation sinusoïdale : $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ (Figure 1). On notera g l'accélération de la pesanteur.

1. Etablir l'équation différentielle décrivant le déplacement $x_1(t)$ de la masse m_1 par rapport

à la position d'équilibre. On pose : $\alpha_1 = \frac{\gamma_1}{\omega_{01}}$, $\gamma_1 = \frac{\lambda_1}{2m_1}$ et $\omega_{01} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$.

2. En régime permanent, la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$x_1(t) = |\bar{X}_1| \cdot \cos(\omega t + \varphi_1)$$

2. a/ En utilisant la méthode de la notation complexe, déterminer l'amplitude $|\bar{X}_1|$.
2. b/ Donner la pulsation pour laquelle l'amplitude $|\bar{X}_1|$ est maximale. Qu'appelle-t-on cette pulsation et le phénomène correspondant.

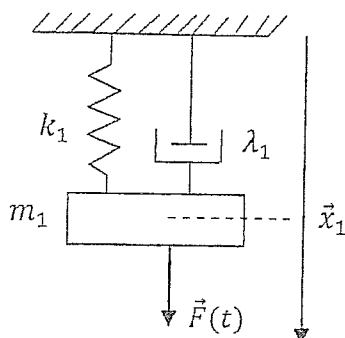


Figure 1

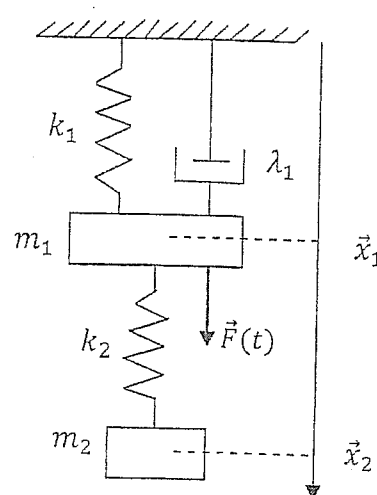


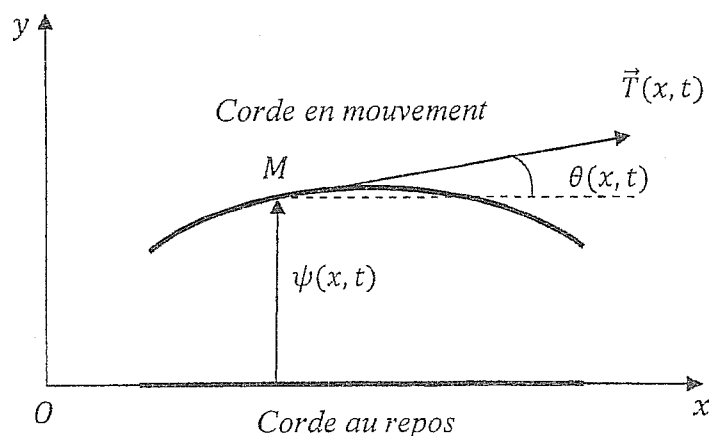
Figure 2

CLUB NAJAH
UCD-FS-ELJADIDA
LE PRESIDENT

3. On équipe le système de la figure 1 d'un oscillateur (m_2, k_2) (voir figure 2) :
3. a/ Etablir le système d'équations différentielles décrivant les déplacements $x_1(t)$ et $x_2(t)$ des deux masses par rapport aux positions d'équilibre.
3. b/ En utilisant la méthode de la notation complexe, exprimer les amplitudes $|\bar{X}_1|$ et $|\bar{X}_2|$ des déplacements $x_1(t)$ et $x_2(t)$ en régime permanent.
3. c/ Donner l'expression de la pulsation pour laquelle la masse m_1 est immobile. Qu'appelle-t-on cette pulsation.

Exercice II

Une corde homogène et inextensible de masse linéique μ est tendue horizontalement avec une tension constante T_0 . Déplacée de sa position d'équilibre, la corde reçoit un mouvement décrit par le déplacement quasi-vertical $\psi(x, t)$, mesuré à partir de la position d'équilibre. A l'instant t , la tension $\vec{T}(x, t)$, exercée par la partie de la corde à droite d'un point M d'abscisse x sur la partie gauche de la corde à gauche de M , fait un petit angle $\theta(x, t)$ par rapport à l'horizontale. On négligera les effets de la force de pesanteur et des forces de frottements devant celui de la force de tension.



1. Etablir l'équation d'onde à laquelle obéit le déplacement $\psi(x, t)$.
2. La corde semi-infinie est le siège de la propagation d'une onde progressive sinusoïdale, de pulsation ω , se déplaçant dans le sens des x croissants telle que :

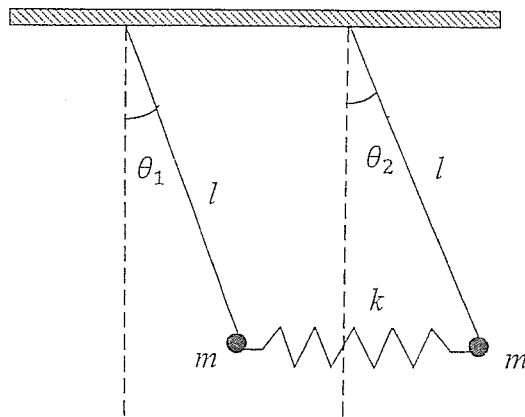
$$\psi(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx).$$

- En vérifiant que cette onde est solution de l'équation d'onde, donner la relation de dispersion.

Examen de Physique de vibrations
Filière : SMP5 - durée 1h30

Exercice I

On considère deux pendules identiques, chacun étant constitué d'une masse ponctuelle m et d'une tige sans masse de longueur l , et qui effectuent des oscillations de faible amplitude repérées par les angles θ_1 et θ_2 . Les deux masses sont reliées par un ressort horizontal de constante de raideur k (voir figure), dont la longueur à vide est égale à la distance entre les deux masses lorsque $\theta_1 = \theta_2 = 0$. On notera g l'accélération de la pesanteur.



CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

1. En utilisant le théorème du moment cinétique, écrire les équations du mouvement pour chacune des deux pendules.
2. En introduisant les deux coordonnées suivantes :

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \text{ et } \varphi_2 = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2),$$

- 2.a) Ecrire les équations différentielles en φ_1 et φ_2 .
 - 2.b) Donner les solutions $\varphi_1(t)$ et $\varphi_2(t)$ en précisant les pulsations de chaque mode de vibrations du système.
 - 2.c) En déduire les solutions $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$ des équations du mouvement des deux pendules.
3. A l'instant $t = 0$, le pendule 1 est écarté d'une rotation de $\theta_0 > 0$ de sa position d'équilibre tandis que le pendule 2 est écarté d'une rotation de $-\theta_0 < 0$ de sa position d'équilibre. Les

deux pendules sont lâchés en même temps sans vitesse initiale. Donner les solutions $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$. Préciser la nature du mode propre de vibration excité par ces conditions initiales et expliquer l'effet du couplage.

Exercice II

On considère une corde de longueur L et de masse linéique μ . Elle est tendue selon l'axe $x'x$ par une force F et se trouve fixée à ses deux extrémités $x = 0$ et $x = L$. Ses vibrations sont décrites par le déplacement transverse $u(x, t)$ au point x , et au temps t .

On donne les conditions aux limites :

$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0 \quad \text{pour } 0 < t < \infty,$$

et les conditions initiales :

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{2h}{L}x & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ \frac{2h}{L}(L-x) & \text{pour } \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}, \text{ où } h \text{ est une constante.}$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad \text{pour } 0 \leq x \leq L.$$

1. Donner l'équation de propagation des ondes que satisfait le déplacement transverse $u(x, t)$ le long de la corde. Exprimer la vitesse de propagation v .
2. La solution $u_n(x, t)$ de l'équation de propagation correspondant au mode de vibration d'indice n , s'écrit :

$$u_n(x, t) = A_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \sin(k_n x),$$

2.a) Compte tenu des conditions aux limites, donner l'expression de k_n et de ω_n . En déduire l'expression de λ_n . Exprimer la longueur L en fonction de λ_n . Donner la valeur de ϕ_n en utilisant les conditions initiales.

2.b) Ecrire la solution générale $u(x, t)$.

2.c) Donner le nombre de ventres (maximum d'amplitude) et de nœuds (minimum d'amplitude) pour la corde de longueur L .

2.d) En tenant compte des conditions initiales et en utilisant le développement en série de Fourier, déterminer les amplitudes A_n des harmoniques présents en fonction de n et h .

Rappel mathématique

Soit $F(t)$ une fonction impaire périodique de période T , le développement en série de Fourier de cette fonction s'écrit :

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin(n\omega t), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{avec } \alpha_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t) \cdot \sin(n\omega t) dt.$$

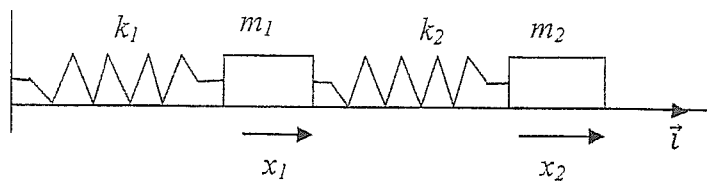
Examen de physique de vibrations (Durée 1h30)

Filière : SMP5

CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Exercice I

On considère deux blocs de masses respectives m_1 et m_2 liés l'un à l'autre par un ressort de constante de raideur k_2 . Le bloc de masse m_1 est lié à un point d'attache fixe par l'intermédiaire d'un ressort de constante de raideur k_1 . La masse des ressorts et les frottements sont négligeables.



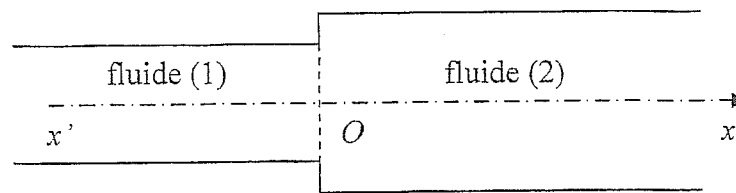
- 1) Etablir le système d'équations différentielles décrivant les positions des deux blocs.
- 2) On considère que les blocs sont de masses identiques ($m_1 = m_2 = m$). Par ailleurs, on posera $k_1 = k$ et $k_2 = \alpha k$.
 - a) - Ecrire le système d'équations différentielles obtenu à la question 1 sous la forme vectorielle :

$$\frac{d^2 \vec{X}}{dt^2} = A \cdot \vec{X}.$$

- Dans la matrice A , $\alpha \gg 1$: on pose $\pm(1 + \alpha) \approx \pm\alpha$ et sachant que $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; déterminer alors les valeurs propres et les vecteurs propres de A .
 - b) Montrer que la solution générale du système d'équations s'écrit sous une forme simple.
 - c) Préciser le ou les mode(s) propre(s) de vibration du système d'oscillateurs et donner la ou les pulsation(s) propre(s) de vibration du système.
- 3) A l'instant $t = 0$, le bloc de masse m_1 est écarté d'une distance $a_0 > 0$ de sa position d'équilibre tandis que le bloc de masse m_2 en est écarté d'une distance $-a_0 < 0$ de sa position d'équilibre. Les deux blocs sont lâchés en même temps sans vitesses initiales. Donner les lois horaires des positions des deux blocs. Préciser la nature du mode propre de vibration excité par ces conditions initiales.

Exercice II

Soit un tuyau sonore composé de deux cylindres de même axe $x'x$, de sections respectives S_1 et S_2 , raccordées par la surface perpendiculaire en O à l'axe $x'x$.



Le cylindre de section S_1 ($x < 0$) contient un fluide (1) d'impédance acoustique $Z_1 = \rho_1 c_1$. Le cylindre de section S_2 ($x > 0$) contient un fluide (2) d'impédance acoustique $Z_2 = \rho_2 c_2$; où c_1 , c_2 sont respectivement les vitesses du son dans les fluides (1) et (2); ρ_1 et ρ_2 représentent leurs masses volumiques respectives.

Une onde acoustique plane sinusoïdale se propage du milieu (1) vers le milieu (2) s'écrit :

$$p_1(x, t) = p_{01} \cdot \sin(\omega t - k_1 x) \text{ (onde de surpression d'amplitude } p_{01}).$$

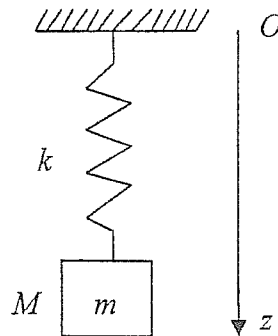
A l'interface des deux milieux, cette onde donne naissance à une onde réfléchie dans le milieu (1), notée p'_1 , et à une onde transmise dans le milieu (2), notée p_2 . On admettra que les ondes réfléchie et transmise sont des ondes planes sinusoïdales d'amplitudes respectives p'_{01} et p_{02} .

- 1) Montrer que les ondes réfléchie et transmise sont de même pulsation ω que l'onde incidente.
- 2) Donner les expressions des surpressions associées aux ondes réfléchie et transmise.
- 3) La résistivité acoustique d'un fluide à l'abscisse x et à l'instant t s'écrit: $Z = \frac{p(x, t)}{u(x, t)}$, où $u(x, t)$ est la vitesse de déplacement de la section d'abscisse x à l'instant t .
 - a) En s'appuyant sur les conditions de continuité caractérisant le passage de l'onde du fluide (1) vers le fluide (2), déduire les deux équations liant les amplitudes des ondes incidente, transmise et réfléchie.
 - b) Donner les coefficients de réflexion r et de transmission t relatifs aux amplitudes des surpressions en fonction de Z_1 , Z_2 , S_1 et S_2 .
- 4) La puissance acoustique moyenne véhiculée par chaque onde acoustique est donnée par la relation: $\langle P \rangle = S \cdot |\langle p(x, t) \cdot u(x, t) \rangle|$.
Déterminer les coefficients de réflexion R et de transmission T relatifs aux puissances acoustiques.
- 5) En supposant que les fluides (1) et (2) sont identiques, y a-t-il réflexion entre les deux milieux? Si oui, donner r et t et préciser s'il y a changement de phase.

Examen de Physique de vibrations - Filière : SMP5
Session de rattrapage - durée 1h30

Exercice I

Un bloc M de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 . Le déplacement du bloc se fait dans la direction descendante selon l'axe Oz . On note par g l'accélération de la pesanteur supposée uniforme. On néglige les frottements et le poids du ressort.



CLUB N° JAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

1. a/ Etablir l'équation différentielle décrivant la position z du bloc M .
b/ Déterminer sa position d'équilibre z_e .
c/ Donner l'équation différentielle du bloc M en fonction de la variable $Z = z - z_e$. Quelle est la pulsation ω_0 propre du système ?
d/ Déterminer $z(t)$ sachant qu'initialement le bloc est lâché sans vitesse initiale et il est écarté de $z_0 = l_0 + \frac{mg}{k} + a$ (avec $a > 0$).
2. a/ Exprimer l'énergie potentielle totale $E_p(M)$ du bloc M connue à une constante près. Déterminer cette constante lorsqu'on impose $E_p = 0$ à l'équilibre.
b/ Donner l'énergie potentielle en fonction de $Z = z - z_e$ et k .
c/ Déterminer $\langle E_k \rangle$ et $\langle E_p \rangle$, les valeurs moyennes de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle dans le cas du mouvement 1.d/. Quelle relation existe-t-il entre ces deux grandeurs.

Exercice 2

Une corde souple homogène et inextensible de masse linéique μ est suspendue par une de ses extrémités O , l'autre extrémité est libre. Déplacée de sa position d'équilibre O , la corde acquiert un mouvement décrit par le déplacement quasi-horizontale $\psi(x,t)$, mesuré à partir de la position d'équilibre. A l'instant t , la tension $\vec{T}(x,t)$, exercée par la partie de la corde à droite d'un point M d'abscisse x sur la partie gauche de la corde à gauche de M , fait un petit angle $\theta(x,t)$ par rapport à la verticale (voir Figure). On néglige les effets des forces de frottements et on note par g l'accélération de la pesanteur.

1. Montrer que le module de la tension $\vec{T}(x,t)$ est donné par : $T(x) = \mu g (L - x)$.

On utilise la condition aux limites à l'extrémité $x=L$ de la corde : $T(L)=0$.

2. Montrer que le déplacement transversal $\psi(x,t)$ obéit à l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} - g \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}$$

- Exprimer c en fonction de g , L et x .

3. On cherche une solution à l'équation d'onde dans la région $x \ll L$ sous la forme :

$$\bar{\psi}(x,t) = \bar{\psi}_0 \cdot \exp [i(\omega t - \bar{k}x)] \text{ avec } \bar{k} = k_1 + i k_2 \text{ (}\bar{k} \text{ est complexe, } k_1 \text{ et } k_2 \text{ sont réels)}$$

- Donner l'expression de k_2 et en déduire que l'amplitude de l'onde augmente pendant la propagation.

4. a/ Etablir la relation de dispersion en posant $\omega_0^2 = \frac{g}{4L}$ et la représenter graphiquement.

b/ Montrer que la corde se comporte comme un dispositif qui filtre les basses fréquences.

5. Déterminer la relation entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe.

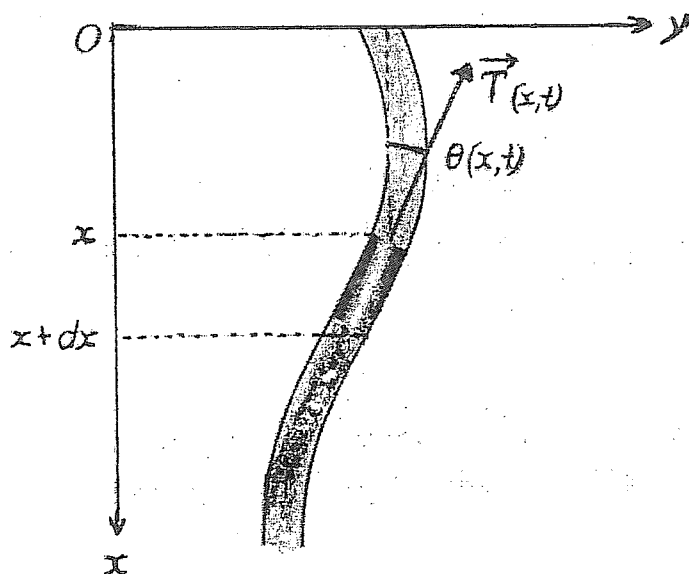


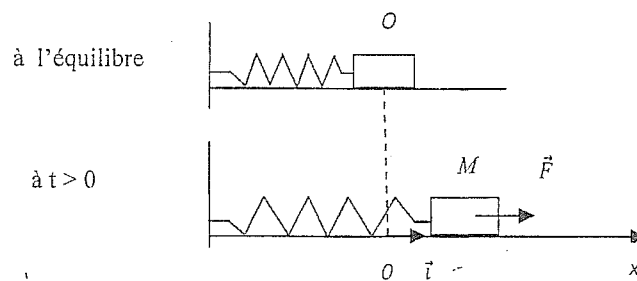
Schéma d'un tronçon de la corde.

Examen de physique de vibrations - Filière : SMP5

Durée 1h30

Exercice I

On considère un bloc solide de masse m attaché par un ressort de constante de raideur k fixé à un support vertical. L'ensemble repose sur un support horizontal. A l'équilibre, le bloc se trouve en un point O et le ressort n'est ni tendu, ni comprimé. Le bloc est soumis à une excitation en force harmonique décrite par la force : $\vec{F} = F_m \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{i}$ et il est supposé soumis à une force de frottement de type fluide de norme proportionnelle à sa vitesse et de sens opposé à celle-ci ($\vec{f} = -\lambda \cdot \vec{v}$ où λ est le coefficient de frottement). A $t > 0$, le bloc se trouve en un point M .



+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

1. Etablir l'équation différentielle décrivant l'évolution de la position $x(t)$ du bloc se déplaçant le long de l'axe Ox . On pose $\gamma = \lambda/m$.
2. Donner la solution générale de l'équation précédemment établie dans le cas où $\gamma < 0$. Préciser le type de réponse de l'oscillateur correspond à chacun des deux termes composant $x(t)$.
3. Au temps longs, la réponse transitoire peut être négligée. L'oscillateur est alors dans un régime permanent sinusoïdal équivalent à un oscillateur harmonique de pulsation égale à celle de la force d'excitation.
- En utilisant la notation complexe, déterminer l'amplitude du mouvement de la masse et son déphasage.
4. Que devient l'amplitude des oscillations du bloc si les frottements sont considérés comme négligeables ($\gamma \approx 0$) lorsque $\omega \rightarrow \omega_0$ (pulsation propre du système non amorti). Donner le nom du phénomène physique décrivant le comportement obtenu.

PROBLEME _ 1

On considère un système physique dont l'espace des états, qui est à trois dimensions, est rapporté à la base orthonormée formée par les kets $|u_1\rangle$, $|u_2\rangle$ et $|u_3\rangle$.

Deux opérateurs L_z et S sont définis dans cet espace par les relations :

$$L_z|u_1\rangle = |u_1\rangle ; L_z|u_2\rangle = 0 ; L_z|u_3\rangle = -|u_3\rangle$$

$$S|u_1\rangle = |u_3\rangle ; S|u_2\rangle = 0 ; S|u_3\rangle = |u_1\rangle$$

1. Ecrire les matrices représentant, dans cette base les opérateurs L_z , L_z^2 , S et S^2 .
2. Donner la forme de la matrice la plus générale représentant un opérateur qui commute avec L_z ; même question pour L_z^2 et S^2 .
3. Donner une base de vecteurs propres communes à L_z^2 et S .

PROBLEME _ 2

Un système dont l'espace des états est ξ_r a pour fonction d'onde :

$$\psi(x,y,z) = N(x+y+z) \cdot \exp(-r^2/\alpha^2)$$

ou α , réel, est donné et N une constante de normalisation.

1. On mesure sur ce système les observables L_z , L^2 ; quelle probabilité a-t-on de trouver 0 et $2\hbar^2$?
2. Peut-on prévoir directement les probabilités de tous les résultats possibles des mesures de L_z , L^2 sur le système de fonction d'onde $\psi(x,y,z)$? Si c'est le cas, quelles sont les valeurs possibles et quelles sont les probabilités associées.

On rappelle que :

$$Y_{01}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$$

$$Y_{\pm 1}(\theta, \phi) = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta \cdot \exp(\pm i\phi)$$

CLUB NAJAH
UCD-FS-ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

EXAMAN DE MECANIQUE QUANTIQUE

SESSION NORMALE

DUREE 1H 30 ".

Soit un système physique quelconque dont l'espace des états, à quatre dimensions, est rapporté à une base de quatre vecteurs propres $|j, m_z\rangle$ communs à J^2 et J_z ($j = 0$ ou 1 ; $-j \leq m_z \leq +j$), de valeurs propres $j(j+1)\hbar^2$ et $m_z\hbar$, et tels que :

$$J_{\pm} |j, m_z\rangle = \hbar \sqrt{j(j+1) - m_z(m_z \pm 1)} |j, m_z \pm 1\rangle$$

$$J_+ |j, j\rangle = J_- |j, -j\rangle = 0$$

a. Exprimer, en fonction des kets $|j, m_z\rangle$, les états propres communs à J^2 et J_x , que l'on notera $|j, m_x\rangle$.

b. On considère un système dans l'état normé :

$$|\psi\rangle = \alpha |j=1, m_z=1\rangle + \beta |j=1, m_z=0\rangle + \gamma |j=1, m_z=-1\rangle + \delta |j=0, m_z=0\rangle$$

(i) Quelle est la probabilité de trouver $2\hbar^2$ et \hbar si l'on mesure simultanément J^2 et J_x ?

(ii) Calculer la valeur moyenne de J_z lorsque le système est dans l'état $|\psi\rangle$, ainsi que les probabilités des différents résultats possibles lors d'une mesure portant sur cette observable seule.

(iii) Mêmes questions pour l'observable J^2 , puis pour J_x .

(iv) On mesure maintenant J_z^2 ; quels sont les résultats possibles, leurs probabilités, leur valeur moyenne?

CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADID
LE PRÉSIDENT

PROBLEME _ 1

On considère un système physique dont l'espace des états, qui est à trois dimensions, est rapporté à la base orthonormée formée par les kets $|u_1\rangle$, $|u_2\rangle$ et $|u_3\rangle$.

Deux opérateurs L_z et S sont définis dans cet espace par les relations :

$$L_z|u_1\rangle = |u_1\rangle ; L_z|u_2\rangle = 0 ; L_z|u_3\rangle = -|u_3\rangle$$

$$S|u_1\rangle = |u_3\rangle ; S|u_2\rangle = 0 ; S|u_3\rangle = |u_1\rangle$$

1. Ecrire les matrices représentant, dans cette base les opérateurs L_z , L_z^2 , S et S^2 .
2. Donner la forme de la matrice la plus générale représentant un opérateur qui commute avec L_z ; même question pour L_z^2 et S^2 .
3. Donner une base de vecteurs propres communes à L_z^2 et S .

PROBLEME _ 2

Un système dont l'espace des états est ξ_r a pour fonction d'onde :

$$\psi(x,y,z) = N(x+y+z) \cdot \exp(-r^2/\alpha^2)$$

ou α , réel, est donné et N une constante de normalisation.

1. On mesure sur ce système les observables L_z , L^2 ; quelle probabilité a-t-on de trouver 0 et $2\hbar^2$?
2. Peut-on prévoir directement les probabilités de tous les résultats possibles des mesures de L_z , L^2 sur le système de fonction d'onde $\psi(x,y,z)$? Si c'est le cas, quelles sont les valeurs possibles et quelles sont les probabilités associées.

On rappelle que :

$$Y_{10}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$$

$$Y_{1\pm 1}(\theta, \phi) = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta \cdot \exp(\pm i\phi)$$

CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADID
LE PRESIDENT

Soit un système physique dont l'espace des états, à quatre dimensions, est reporté à une base de quatre vecteurs propres $|j, m_z\rangle$ communs à J^2 et J_z ($j = 0$ ou 1).

1. Exprimer, en fonction des kets $|j, m_z\rangle$, les états communs à J^2 et J_x , que l'on notera $|j, m_x\rangle$.

On considère le système dans l'état normé :

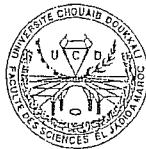
$$|\Psi\rangle = \alpha \cdot |j = 1, m_z = 1\rangle + \beta \cdot |j = 1, m_z = 0\rangle + \gamma \cdot |j = 1, m_z = -1\rangle + \delta \cdot |j = 0, m_z = 0\rangle$$

On observe les probabilités suivantes :

- Lors de la mesure de J^2 : $\mathcal{P}(2\hbar^2) = \frac{1}{2}$; $\mathcal{P}(0) = \frac{1}{2}$
- Lors de la mesure de J_z : $\mathcal{P}(\hbar) = \frac{1}{8}$; $\mathcal{P}(-\hbar) = \frac{1}{8}$

2. Déterminer les constantes α , β , γ et δ .
3. Calculer la valeur moyenne de J_z dans l'état $|\Psi\rangle$.
4. Calculer la valeur moyenne de J^2 dans l'état $|\Psi\rangle$.
5. Calculer la valeur moyenne de J_x dans l'état $|\Psi\rangle$.
6. On mesure maintenant J_z^2 ; quels sont les résultats possibles, leurs probabilités et la valeur moyenne.

CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADID:
LE PRÉSIDENT



EPREUVE DE LA MECANIQUE QUANTIQUE ANNEE 2011 2012

1 _ Soit un système physique quelconque, dont l'espace des états est reporté à une base de quatre vecteurs propres $|j, m_z\rangle$, communs à J^2 et J_z ($J = 0$ ou 1).

a_ Donner dans cette base les matrices associées à J^2 et J_z .

b_ L'ensemble $\{J^2, J_z\}$ forme-t-il un ECOC ? Justifier.

c_ Pour $j=1$, $|J_y|_{j=1}$ est la matrice associée à l'opérateur J_y :

$$|J_y|_{j=1} = \frac{i\sqrt{2}}{2}\hbar \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}, \text{ les vecteurs de base pour } j=1, \text{ communs à } J^2 \text{ et } J_y \text{ sont :}$$

$$|u_1^1\rangle = \frac{i}{2}(|1,1\rangle - i\sqrt{2}|1,0\rangle - |1,-1\rangle)$$

$$|u_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1,1\rangle + |1,-1\rangle)$$

$$|u_1^{-1}\rangle = \frac{i}{2}(-|1,1\rangle - i\sqrt{2}|1,0\rangle + |1,-1\rangle)$$

d _ Donner les valeurs propres associées à ces vecteurs.

2 On considère le système dans l'état $\psi = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1,0\rangle + |0,0\rangle)$

a_ Peut-on mesurer sur cet état simultanément les opérateurs J^2 , J_z et J_y ; Justifier.

b_ Donner les valeurs possibles de la mesure simultanée sur ψ de J^2 et J_z . Calculer les probabilités associées.

c_ Donner les valeurs possibles de la mesure simultanée sur ψ de J^2 et J_y . Calculer les probabilités associées.

d_ Calculer les moyennes sur ψ de J^2 , $\langle J_z \rangle$ et $\langle J_y \rangle$

e_ Calculer les écarts quadratiques moyens ΔJ_z et ΔJ_y .

CLUB NAJAH
UCD.FS.EL JADIDA
LE PRÉSIDENT

RATTRAPAGE DE MECANIQUE QUANTIQUEDUREE 1H 30''

Soit un système quantique dans l'état :

$$\psi(x, y, z) = N \cdot (x + iy + z) \cdot G(r) ;$$

Avec $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$; $\int_0^\infty |rG(r)|^2 r^2 dr = 1$ et N une constante.

La fonction d'état peut s'écrire sous la forme $\psi(x, y, z) = R(r) \cdot \psi(\theta, \phi)$.

1. Donner la forme de $\psi(\theta, \phi)$; (2 pts).
2. Exprimer $\psi(\theta, \phi)$ en fonction des fonctions sphériques $Y_m^l(\theta, \phi)$; (2 pts).
3. On adopte l'écriture en kit $|l, m\rangle$; Exprimer alors $\psi(\theta, \phi)$ en fonction des kits $|l, m\rangle$; (2 pts).
4. Normaliser $\psi(\theta, \phi)$; (2 pts).
5. On mesure \mathcal{L}^2 dans l'état ψ ; exprimer les résultats de mesure possibles (état quantique possible, la valeur propre associée et la probabilité associée) ; (2 pts).
6. Même question pour \mathcal{L}_z ; (2 pts).
7. Peut-on mesurer l'opérateur $\mathcal{L}^2 - \mathcal{L}_z^2$ dans l'état ψ ; si oui, donner ses vecteurs propres et les valeurs propres associées ; (4pts).
8. Si \mathcal{L}^2 est mesurable dans l'état ψ ; donner alors, les résultats possibles de cette mesure ; (4pts).

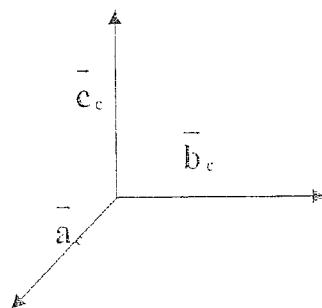
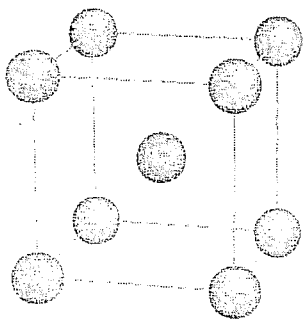
On donne :

$$Y_0^0 = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} ; \quad Y_0^1 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta ; \quad Y_{\pm 1}^1 = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{\pm i\phi}$$

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

PHYSIQUE DES MATERIAUX
EXAMEN DE 1^{ère} SESSION

Exercice 1/ Etude du Baryum



*CLUB NAJAH+
UCD.FS: ELJADIDA
LE PRESIDENT

Le Baryum (56) est un métal alcalin de masse atomique $M_a = 137,33 \text{ u.m.a}$ qui se présente sous une structure cristallographique d'un réseau cubique centré de vecteurs de bases $(\bar{a}_c, \bar{b}_c, \bar{c}_c)$ tels que : $\bar{a}_c = a \bar{i}$, $\bar{b}_c = a \bar{j}$, $\bar{c}_c = a \bar{k}$ avec $a = 5,025 \text{ \AA}$.

- Déterminer la densité du Baryum
- Dessiner la maille élémentaire du cubique centré. Préciser les vecteurs de base $(\bar{a}'_c, \bar{b}'_c, \bar{c}'_c)$ de cette maille ainsi que les angles α, β, γ .
- Déterminer les vecteurs de base $(\bar{A}_c, \bar{B}_c, \bar{C}_c)$ du réseau réciproque correspondant. Dessiner une maille de ce réseau réciproque et préciser sa nature. Donner l'expression de d_{hkl} en fonction des paramètres de la maille.
- Calculer le facteur de structure $F(h, k, l)$ du réseau cubique centré.
- Préciser la séquence de premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur ce réseau cubique centré. Présenter ces résultats dans le tableau suivant :

Condition Sur (h k l)					
h k l					

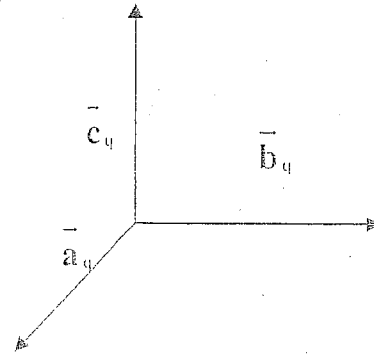
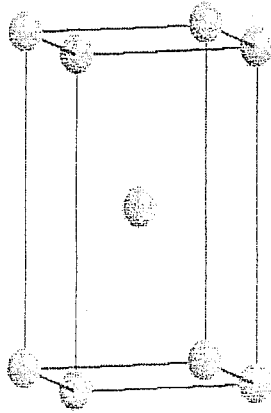
f) A partir de ce tableau, retrouver et dessiner la maille du réseau réciproque trouvée dans la question b).

On donne le nombre d'Avogadro $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$.

Exercice2/ quadratique centré

On considère Maintenant un réseau quadratique centré de vecteurs de bases

$$(\bar{a}_q, \bar{b}_q, \bar{c}_q) \text{ tels que : } \bar{a}_q = a \bar{i}, \quad \bar{b}_q = a \bar{j}, \quad \bar{c}_q = 2a \bar{k}$$



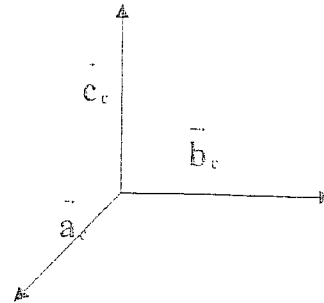
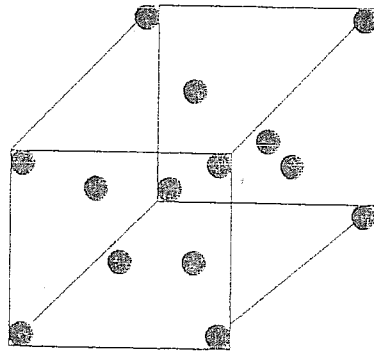
- Déterminer la coordinance C , la multiplicité Z et la compacité τ
- Déterminer et dessiner la maille élémentaire du ce réseau quadratique centrée. Préciser les vecteurs de base $(\bar{a}'_q, \bar{b}'_q, \bar{c}'_q)$ de cette maille ainsi que les angles α, β, γ .
- Déterminer les vecteurs de base $(\bar{A}_q, \bar{B}_q, \bar{C}_q)$ du réseau réciproque correspondant. Dessiner une maille de ce réseau réciproque et préciser sa nature.
- Donner l'expression de d_{hkl} en fonction des paramètres de la maille.
- Calculer le facteur de structure $F(h,k,l)$ de ce quadratique centré.
- Préciser la séquence de premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur ce réseau quadratique centré. Présenter ces résultats dans le tableau suivant :

Condition Sur (h k l)						
h k l						

e) A partir de ce tableau, retrouver et dessiner la maille du réseau réciproque trouvée dans la question b).

PHYSIQUE DES MATERIAUX
EXAMEN DE 1^{ère} SESSION

Exercice 1/ Etude de l'aluminium



CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRESIDENT

On se propose d'étudier l'aluminium (13) qui se présente sous une structure cristallographique cubique à faces centrées de vecteurs de bases $(\vec{a}_c, \vec{b}_c, \vec{c}_c)$ tels que : $\vec{a}_{cfc} = a \vec{i}$, $\vec{b}_{cfc} = a \vec{j}$, $\vec{c}_{cfc} = a \vec{k}$ dans la base $((\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}))$ avec $a = 4,05 \text{ \AA}$.

- Donner la maille élémentaire de l'aluminium. Préciser les vecteurs de base $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ de cette maille élémentaire ainsi que les angles α, β, γ .
- En déduire la matrice de passage $M_p(R/C)$ qui permet le passage de la maille élémentaire à la maille cubique.
- On considère maintenant une maille hexagonale de vecteur de base $(\vec{a}_h, \vec{b}_h, \vec{c}_h)$. On montre que : $\vec{a}_h = \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{b}_h = \vec{c} - \vec{a}$, $\vec{c}_h = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.
- Donner la matrice de passage $M_p(H/R)$ et en déduire $M_p(H/C)$.
- Calculer la multiplicité des mailles élémentaire cubique à faces centrées et hexagonale.
- On considère les plans (111) et (210) repérés dans de la maille cubique $(\vec{a}_c, \vec{b}_c, \vec{c}_c)$. Que devient ces indices dans les repères $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ et hexagonal $(\vec{a}_h, \vec{b}_h, \vec{c}_h)$.
- Déterminer les vecteurs de base $(\vec{A}_{cfc}, \vec{B}_{cfc}, \vec{C}_{cfc})$ du réseau réciproque correspondant.
- Dessiner une maille de ce réseau réciproque et préciser sa nature. Donner l'expression de d_{hkl} en fonction des paramètres de la maille et en déduire d_{111} .
- Calculer le facteur de structure $F(h,k,l)$ de l'aluminium en fonction de f_{at} .

- j) Préciser la séquence des premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur ce réseau cubique à faces centrées. Présenter ces résultats dans le tableau suivant :

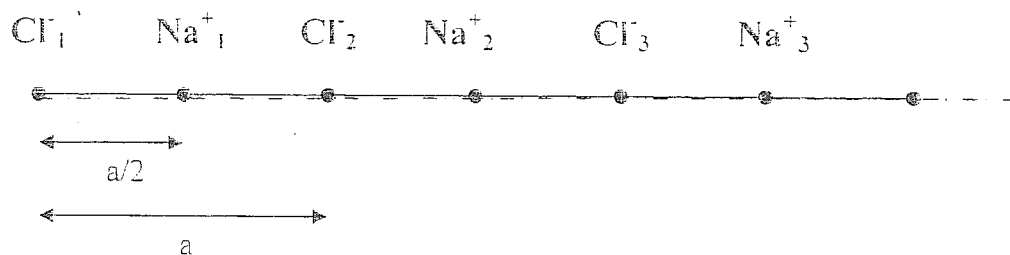
Condition Sur (h k l)					
h k l					

e) A partir de ce tableau, retrouver et dessiner la maille du réseau réciproque trouvée dans la question b)

Exercice2/

Le mécanisme de cohésion dans les cristaux ioniques est essentiellement régi par des liaisons ioniques caractérisées par des interactions à grande distance purement coulombienne. Pour illustrer cette interaction coulombienne on se propose d'étudier le chlorure de sodium. La configuration du Chlore(17) est : $1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^5$. La configuration du sodium(11) est : $1S^2 2S^2 2P^6 3S^1$.

- Donner la configuration de l'ion chlorure Cl^- et celle de l'ion Na^+ .
- On schématisant la liaison NaCl par une interaction essentiellement coulombienne (interaction de Madelung) :



Rappeler l'expression de l'énergie électrostatique U_{ij} entre deux charges q_i et q_j séparées par une distance r_{ij} et appliquer cette expression aux ions Cl_1^- et Na_1^+ . On notera U_{11} cette énergie.

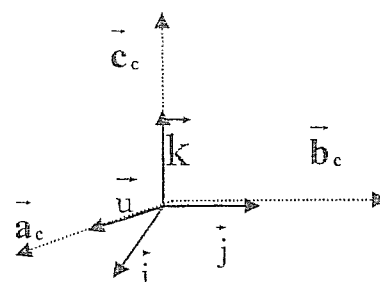
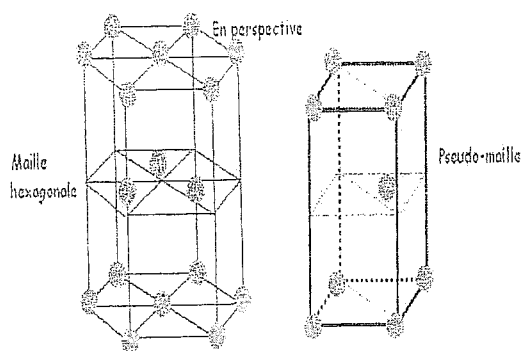
- On considérant un très grand nombre de molécules NaCl, on peut considérer le nombre de Cl^- et Na^+ comme infini. Dans ce cas, donner l'expression finale de l'énergie de liaison électrostatique U_{el} du chlorure de sodium en fonction de la distance a , la charge de l'électron e , ϵ_0 et α avec

$$\alpha = 2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right) = 2 \text{Log} 2$$

PHYSIQUE DES MATERIAUX
EXAMEN DE 1^{ère} SESSION
Durée : 1H30

CLUB NAJAH+
UCD.FS. ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Etude du Magnésium :



Le Magnésium (12) est un métal alcalino terreux de masse molaire $M_m = 24,3 \text{ g/mole}$ qui se présente à 20°C sous une structure cristallographique d'un réseau hexagonal compact de vecteurs de bases $(\vec{a}_H, \vec{b}_H, \vec{c}_H)$ tels que : $\vec{a}_H = a \vec{u}$, $\vec{b}_H = a \vec{j}$, $\vec{c}_H = c \vec{k}$

avec $(\vec{a}_H, \vec{b}_H) = \frac{2\pi}{3}$ et $a = 3,18 \text{ \AA}$. On donne le nombre d'Avogadro $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$.

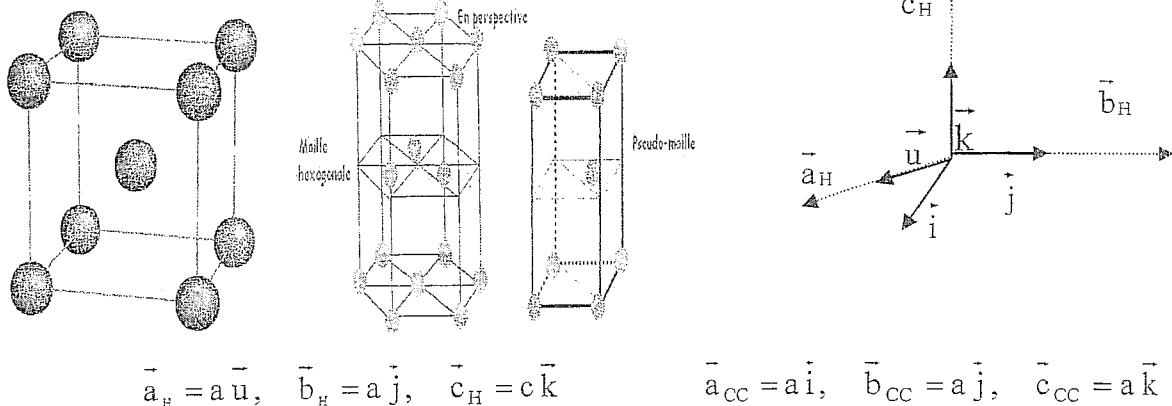
- Déterminer la coordinance, la multiplicité et le taux de remplissage de la structure hexagonale compacte
- Déterminer la densité du Magnésium
- Déterminer les vecteurs de base $(\vec{A}_H, \vec{B}_H, \vec{C}_H)$ du réseau réciproque de la structure hexagonale. Dessiner une maille de ce réseau réciproque et préciser sa nature.
- En prenant $(\vec{A}_H, \vec{B}_H, \vec{C}_H)$ comme réseau réciproque du Magnésium, donner l'expression de d_{hkl} en fonction du paramètre a .
- Calculer le facteur de structure $F(\mathbf{h}, \mathbf{k}, \mathbf{l})$ du réseau hexagonal compact.
- Rappeler la loi de Bragg dans le phénomène de diffraction sur un cristal
- En utilisant cette loi de Bragg, Préciser la séquence des quatre premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur ce réseau hexagonal compact. Présenter ces résultats dans le tableau suivant :

Condition Sur (h k l)				
h k l				
$F(h k l)^2$				
d_{hkl}				

PHYSIQUE DES MATERIAUX
EXAMEN DE RATTRAPAGE

Durée : 1H30

Etude Titane:



Le Titane (22) est un métal de transition qui peut se présenter sous deux phases cristallographiques différentes α et β suivant la température. Dans la phase β , la température est supérieure à 882° et sa structure est un cubique centré de paramètre $a = 3,32\text{\AA}$. Dans la phase α , la température est inférieure à 882° et sa structure est un hexagonal compact de paramètre $a = 2,95\text{\AA}$.

A. Titane dans la phase β

- 1) Calculer la densité du Titane quand il se trouve dans la phase β (cubique centré)
- 2) Donner la maille élémentaire de la structure du Titane dans cette phase β .
- 3) Calculer les paramètres de cette maille élémentaire
- 4) Donner la matrice de passage de la maille élémentaire trouvée vers la maille cubique centré et en déduire les multiplicités m_{CC} et $m_{\text{élémentaire}}$
- 5) Calculer le réseau réciproque correspondant et dessiner une maille de réseau.
- 6) Calculer le facteur de structure $F(h,k,l)$ du Titane dans la phase β .
- 7) Préciser la séquence des premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur le Titane dans la phase β . Présenter ces résultats dans un tableau
- 8) A partir de ce tableau, retrouver et dessiner la maille du réseau réciproque trouvée dans la question 3).

B. Titane dans la phase α

- 1) Calculer la densité du Titane quand il se trouve dans la phase α .
 - 2) Comparer cette densité avec celle trouvée dans la phase β et conclure.
 - 3) Calculer le facteur de structure $F(h,k,l)$ du Titane dans la phase α .
 - 4) Préciser la séquence de premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur le Titane dans la phase α . Présenter ces résultats dans un tableau
- On donne le nombre d'Avogadro $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$. Masse molaire du titane : $M_m = 47,9 \text{ g/mole}$

A. Titane dans la phase β

1) Calculer la densité du Titane quand il se trouve dans la phase β

$$\rho = \quad \text{Kg/m}^3 \quad d =$$

2) Donner la maille élémentaire du Titane dans la phase β .

$$\vec{a'} = \quad \vec{b'} = \quad \vec{c'} =$$

3) Calculer les paramètres de cette maille élémentaire

$$\left| \vec{a'} \right| = \quad \left| \vec{b'} \right| = \quad \left| \vec{c'} \right| = \quad \alpha = \quad \beta = \quad \gamma =$$

Dessin de la maille élémentaire et nature de la maille élémentaire :

4) Calculer le réseau réciproque correspondant et dessiner une maille de réseau.

$$\vec{A} = \quad \vec{B} = \quad \vec{C} = \quad \left| \vec{A} \right| = \quad \left| \vec{B} \right| = \quad \left| \vec{C} \right| = \quad \alpha = \quad \beta = \quad \gamma =$$

Dessin de la maille du réseau réciproque et sa nature

5) Calculer le facteur de structure $F(h,k,l)$ du Titane dans la phase β .

$$F(h,k,l) =$$

Les atomes qui participent dans le facteur de structure sont: $(x_1=, y_1=, z_1=)$ et $(x_2=, y_2=, z_2=)$

$$F(h,k,l) =$$

$F(h,k,l)$ est différent de zéro si

6) Préciser la séquence des premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur le Titane dans la phase α . Présenter ces résultats dans un tableau

(h, k, l)	$h+k+l$	$h^2+k^2+l^2$

7) A partir de ce tableau, retrouver et dessiner la maille du réseau réciproque trouvée dans la question 3).

Dessin de la maille élémentaire du réseau réciproque avec les coordonnées

B. Titane dans la phase α

8) Calculer la densité du Titane quand il se trouve dans la phase α .

$$\rho = \quad \text{Kg/m}^3 \quad d =$$

Comparer cette densité avec celle trouvée dans la phase β et conclure.

$$\frac{d_{cc}}{d_{hc}} = \dots \quad \text{Conclure } \dots$$

9) Calculer le facteur de structure $F(h,k,l)$ du Titane dans la phase α .

L'expression du facteur de structure s'écrit : $F(h,k,l) = \dots$

Les atomes qui participent dans l'hexagonal compact sont : $(x_1=, y_1=, z_1=)$ et $(x_2=, y_2=, z_2=)$

$$F(h,k,l) =$$

1^{er} cas :

$h+2k$	F	I

2^{er} cas :

$h+2k$	F	I

10) Préciser la séquence de premières réflexions autorisées dans une expérience de diffraction sur le Titane dans la phase α . Présenter ces résultats dans un tableau

Condition Sur (h, k, l)				
h, k, l				